

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

**Н.А. Макенова, Т.Е. Хохлова**

## **РЕШЕБНИК ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ**

*Рекомендовано в качестве учебного пособия  
Редакционно-издательским советом  
Томского политехнического университета*

Проверка на плагиат: 89,62%  
УДК, ББК проверены  
Электронная версия готова к печати  
Авторы:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Издательство  
Томского политехнического университета  
2015

УДК 621.31 (076)  
ББК 31.2я73  
М156

**Макенова Н.А.**

М156      Решebник по электротехнике: учебное пособие / Н.А. Макенова, Т.Е. Хохлова, Томской политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2015. – 165 с.

В пособии приведены краткие теоретические сведения по основным темам электротехники. Представлены индивидуальные задания по расчету: разветвленной цепи постоянного тока; однофазной и трехфазной цепей переменного тока; параметров трансформатора, генератора постоянного тока и асинхронного двигателя. Приведены примеры решение задач и задачи (с ответами) для самостоятельного решения по всем рассматриваемым темам.

Пособие предназначено для внеаудиторной работы студентов неэлектрических специальностей.

**УДК 621.3 (076)**  
**ББК 31.2я73**

*Рецензенты*

Доктор физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник ИОА им. В.Е. Зуева СО РАН  
*Ф.Ю. Канев*

Кандидат технических наук,  
доцент кафедры «Моделирования и системного анализа» ТУСУР  
*Т.В. Ганджа*

© ФГБОУ ВПО НИ ТПУ, 2015  
© Макенова Н.А., Хохлова Т.Е., 2015  
© Оформление. Издательство Томского  
политехнического университета, 2015

## Оглавление

<b>1. Линейные электрические цепи постоянного тока .....</b>	<b>6</b>
1.1. Основные формулы и определения .....	6
1.2. Правила преобразований .....	7
1.3. Примеры расчета простых цепей .....	9
1.4. Методы расчета сложных цепей .....	11
1.4.1. Метод контурных токов .....	11
1.4.2. Метод межузлового напряжения .....	13
1.4.3. Метод эквивалентного генератора .....	13
1.5. Примеры расчета сложных цепей .....	14
1.6. Задачи для самостоятельного решения .....	21
1.7. Индивидуальное задание №1 для самостоятельной работы «Расчет разветвленной цепи постоянного тока» .....	23
<b>2. Однофазные цепи переменного тока .....</b>	<b>30</b>
2.1. Основные понятия .....	30
2.2. Представление синусоидальных величин комплексными числами .....	31
2.3. Основные законы в комплексной форме .....	34
2.4. Резонанс .....	38
2.5. Мощность в однофазных цепях .....	41
2.6. Задачи для самостоятельного решения .....	44
2.7. Индивидуальное задание № 2 для самостоятельной работы «Расчет однофазной цепи переменного тока» .....	45
<b>3. Трехфазные цепи .....</b>	<b>48</b>
3.1. Общие сведения .....	48
3.2. Симметричная трехфазная цепь .....	51
3.3. Несимметричная трехфазная цепь без нулевого провода ..	58
3.4. Мощность в трехфазных цепях .....	59
3.5. Задачи для самостоятельного решения .....	64
3.6. Индивидуальное задание №3 для самостоятельного решения «Расчет трехфазной цепи переменного тока» .....	66
<b>4. Трансформаторы .....</b>	<b>74</b>
4.1. Общие сведения .....	74
4.2. Устройство .....	74
4.3. Принцип действия однофазного двухобмоточного трансформатора .....	75

4.4. Трехфазные трансформаторы .....	77
4.5. Определение параметров схемы замещения .....	78
4.6. Изменение напряжения и внешняя характеристика .....	82
4.7. Потери и КПД трансформатора .....	83
4.8. Примеры решения задач .....	85
4.9. Задачи для самостоятельного решения .....	88
4.10. Индивидуальное задание № 4 для самостоятельной работы «Расчет параметров трансформатора» .....	89
<b>5. Асинхронные двигатели .....</b>	<b>94</b>
5.1. Общие сведения .....	94
5.2. Устройство .....	95
5.3. Принцип действия .....	96
5.4. Уравнения электрического состояния фазы статора и ро- тора .....	97
5.5. Электромагнитный момент и механическая характе- ристика двигателя .....	98
5.6. Потери в двигатели и КПД .....	101
5.7. Рабочие характеристики двигателя .....	102
5.8. Пуск в ход двигателей .....	104
5.9. Примеры решения задач .....	109
5.10. Задачи для самостоятельного решения .....	112
5.11. Индивидуальное задание № 5 для самостоятельной работы «Расчет параметров асинхронного двигателя» .....	113
<b>6. Синхронные генераторы .....</b>	<b>116</b>
6.1. Общие сведения .....	116
6.2. Устройство .....	116
6.3. Принцип действия .....	118
6.4. Уравнения электрического состояния .....	118
6.5. Внешняя и регулировочная характеристики .....	123
6.6. Параллельная работа синхронного генератора с сетью ...	125
6.7. Регулирование активной мощности генератора и угловая характеристика .....	126
6.8. Регулирование реактивной мощности генератора и $U$ - образная характеристика .....	129
6.9. Примеры решения задач .....	130
6.10. Задачи для самостоятельного решения .....	132
<b>7. Машины постоянного тока .....</b>	<b>133</b>

7.1. Общие сведения .....	133
7.2. Устройство .....	133
7.3. Режимы работы .....	135
7.4. ЭДС якоря .....	137
7.5. Классификация машины постоянного тока по способу питания обмотки возбуждения .....	138
7.6. Реакция якоря и способы ее уменьшения .....	139
7.7. Генераторы постоянного тока .....	140
7.7.1. Основные эксплуатационные характеристики .....	141
7.7.2. Генератор независимого возбуждения .....	143
7.7.3. Генератор параллельного возбуждения .....	144
7.7.4. Генераторы последовательно и смешанного возбуждения .....	146
7.8. Двигатели постоянного тока .....	149
7.8.1. Характеристики двигателя .....	150
7.8.2. Способы регулирования частоты вращения двига- теля постоянного тока .....	151
7.8.3. Способы пуска двигателя .....	152
7.8.4. Способы электрического торможения двигателя ...	153
7.9. Потери энергии и КПД машин постоянного тока .....	154
7.10. Примеры решения задач .....	155
7.11. Задачи для самостоятельного решения .....	158
7.12. Индивидуальное задание №6 для самостоятельного решения «Расчет параметров генератора постоянного тока» ..	159
<b>Ответы к задачам для самостоятельного решения .....</b>	<b>162</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>164</b>

# 1. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

## 1.1 Основные формулы и определения

*Электрическая цепь* служит для генерирования, преобразования, передачи и распределения электромагнитной энергии и информации. Свое назначение электрическая цепь выполняет при наличии тока и напряжения. Если напряжение, приложенное к цепи, является постоянным и сопротивление цепи меньше бесконечности, в цепи устанавливается *постоянный ток*.

Реальная простейшая электрическая цепь содержит: источник и приемник электрической энергии, ключ и соединительные провода (рис.1.1).

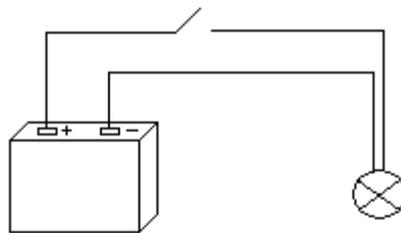


Рис. 1.1. Упрощенное изображение электрической цепи

Обычно в расчетах реальные элементы заменяют идеальным источником ЭДС с последовательно включенным с ним сопротивлением (схема 1), пытаясь таким образом учесть внутреннее сопротивление прибора.

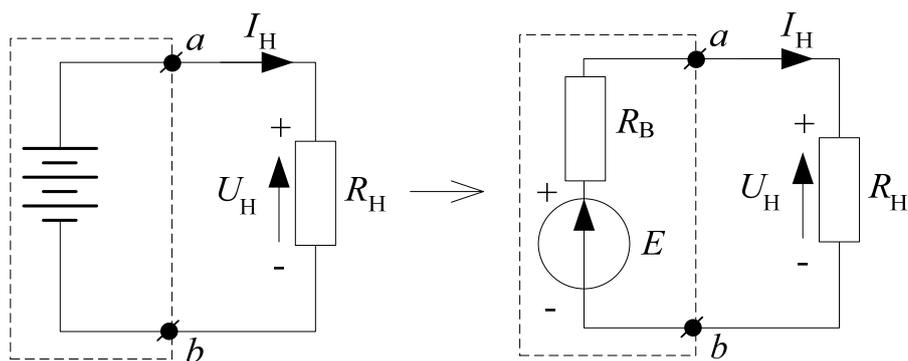


Схема 1.1

Связь напряжения и тока на элементе (на любом элементе) называется его *вольтамперной характеристикой (ВАХ)*. Напряжение и ток резистивного элемента связаны **законом Ома**:

$$I = \frac{U}{R}, \quad R = \frac{U}{I}; \quad U = R \cdot I = \frac{I}{G},$$

где  $U$  – напряжение,  $I$  – ток,  $R$  – сопротивление резистивного элемента,  $G$  – проводимость, величина, обратная сопротивлению ( $G = 1/R$ ).

В электрических цепях происходит преобразование одного вида энергии в другой (например, энергия электрического тока преобразуется в тепловую). Интенсивность передачи или преобразования энергии называется *мощностью*. Количественной характеристикой этого процесса является мощность  $P$ , определяемая как:

$$P = \frac{dW}{dt} = U \cdot I.$$

Мощность тепловых потерь на резистивном элементе (Вт):

$$P_R = R \cdot I^2.$$

Законы Кирхгофа установлены экспериментально Густавом Робертом Кирхгофом (1824–1887) в 1845 году.

*Первый закон Кирхгофа:* алгебраическая сумма токов в узле равна нулю.

$$\sum_{k=3}^N \pm I_k = 0,$$

где  $N$  – число ветвей подсоединенных к узлу. Принято считать, что токи, втекающие в узел имеют знак «–», вытекающие токи берутся со знаком «+».

*Второй закон Кирхгофа:* в любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма ЭДС и напряжений на пассивных элементах равна нулю.

$$\sum_{k=1}^N U_k = 0,$$

где  $N$  – число элементов, входящих в контур. Со знаком «+» берутся слагаемые, соответствующие элементам, на которых падение напряжения или ЭДС и напряжения источников токов совпадают с направлением обхода контура. Направление обхода контура выбирается произвольно.

## 1.2. Правила преобразований

*Последовательное соединение* резистивных элементов. Через последовательно соединенные элементы (схема 1.2) протекает только один ток, эквивалентное сопротивление при этом будет равно:

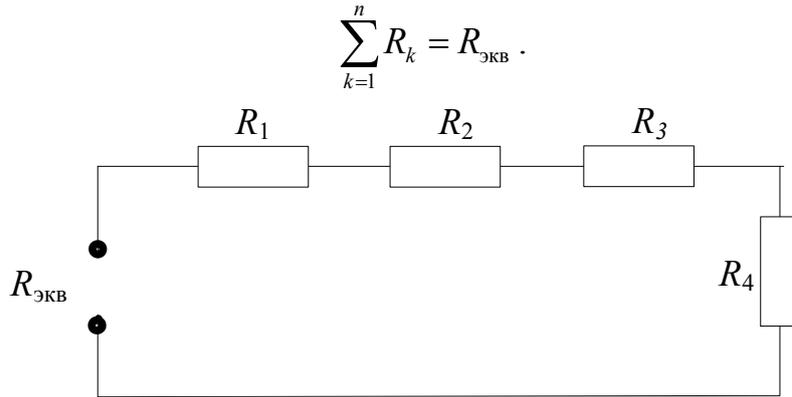


Схема 1.2

Для схемы 1.2:  $R_{\text{ЭКВ}} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$ .

**При параллельном соединении** резистивных элементов эквивалентное сопротивление будет равно:

$$\frac{1}{R_{\text{ЭКВ}}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} .$$

**Преобразование из треугольника в звезду** и обратно (схема 1.3):

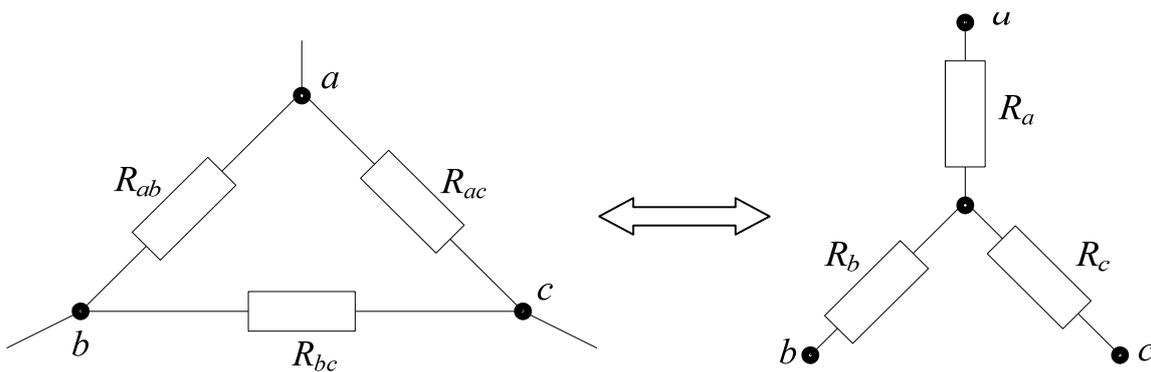


Схема 1.3

Из треугольника в звезду:

$$R_a = \frac{R_{ab} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}, R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}, R_c = \frac{R_{bc} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} .$$

Из звезды в треугольник:

$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a \cdot R_b}{R_c}, R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_c \cdot R_b}{R_a}, R_{ca} = R_c + R_a + \frac{R_c \cdot R_a}{R_b} .$$

**Правило распределения (разброса) тока** в двух параллельных ветвях. В параллельных ветвях используется для определения токов пассивных ветвей. Применение правила разброса покажем для цепи на схеме 1.4.

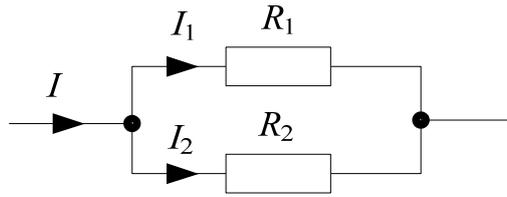


Схема 1.4

Если известен ток, втекающий в общий узел, то токи каждой из ветвей вычисляются согласно приведенным ниже формулам:

$$I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \text{ и } I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

### 1.3. Примеры расчета простых цепей

**Пример 1.1.** В схеме 1.5 определить эквивалентное сопротивление, если  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 1,2 \text{ Ом}$ .

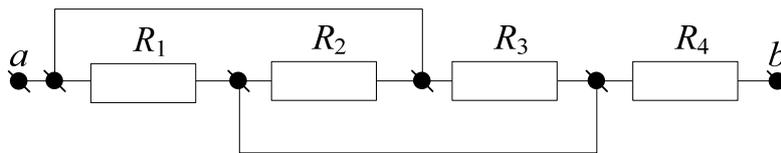


Схема 1.5

**Решение:** Сопротивления  $R_1, R_2, R_3$  соединены параллельно. После преобразования:

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4} \text{ См или } R'_{123} = \frac{1}{R_{123}} = \frac{4}{5} \text{ Ом}.$$

Затем соединим сопротивления  $R'_{123}$  и  $R_4$  последовательно:

$$R_{ab} = R'_{123} + R_4 = 0,8 + 1,2 = 2 \text{ Ом}.$$

**Пример 1.2.** В схеме 1.6 определить эквивалентное сопротивление, если  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 12 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 4 \text{ Ом}$ :

**Решение:** Сопротивления  $R_1, R_3, R_5$  соединены в треугольник, преобразуем его в звезду:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{4 \cdot 12}{4 + 12} = 3 \text{ Ом}, \quad R_{35} = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_5} = \frac{12 \cdot 4}{12 + 4} = 3 \text{ Ом},$$

$$R_{25} = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5} = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} = 2 \text{ Ом}.$$

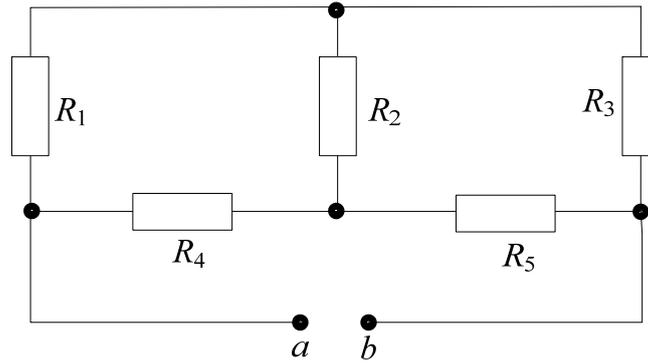


Схема 1.6

После преобразования схема достаточно быстро упрощается (схема 1.7).

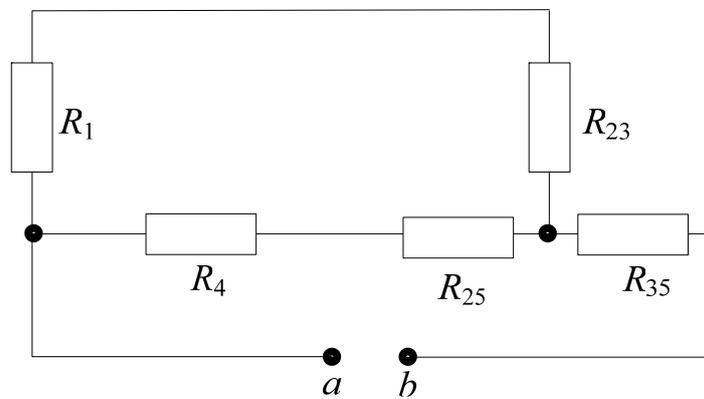


Схема 1.7

Сопротивления  $R_1$  и  $R_{23}$ ,  $R_4$  и  $R_{25}$  соединим последовательно

$$R_{123} = R_1 + R_{23} = 1 + 3 = 4 \text{ Ом}, \quad R_{423} = R_4 + R_{23} = 2 + 2 = 4 \text{ Ом}.$$

Сопротивления  $R_{123}$ ,  $R_{423}$  складываем параллельно

$$R_{1234} = \frac{R_{123} \cdot R_{423}}{R_{123} + R_{423}} = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} = 2 \text{ Ом}.$$

Сопротивления  $R_{1234}$ ,  $R_{35}$  складываем последовательно и получаем окончательный результат:  $R_{ab} = R_{1234} + R_{35} = 2 + 3 = 5 \text{ Ом}$ .

**Пример 1.3.** В схеме 1.8 дано:  $P_2 = 72 \text{ Вт}$ ,  $R = 1,4 \text{ Ом}$ ,  $R_1 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ . Определить  $E$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ .

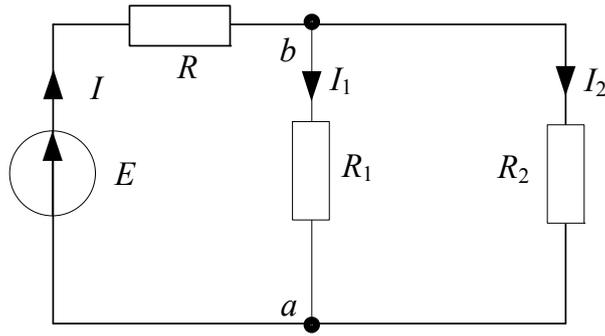


Схема 1.8

**Решение:** Найдем  $I_2, I_1$  из формулы  $P_2 = P_1 = I_2^2 \cdot R_2$ :

$$I_2 = \sqrt{\frac{P_2}{R_2}} = \sqrt{\frac{72}{2}} = 6 \text{ А}, \quad I_1 = \sqrt{\frac{P_2}{R_1}} = \sqrt{\frac{72}{8}} = 3 \text{ А}.$$

Определим входной ток по 1 закону Кирхгофа:  $I = I_1 + I_2 = 3 + 6 = 9 \text{ А}$ .

ЭДС найдем из формулы:  $E = I \cdot R_{\text{экв}}$ ,

где  $R_{\text{экв}} = R + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 1,4 + \frac{8 \cdot 2}{8 + 2} = 1,4 + 1,6 = 3 \text{ Ом}$ .

Тогда  $E = 9 \cdot 3 = 27 \text{ В}$ .

## 1.4. Методы расчета сложных цепей

### 1.4.1. Метод контурных токов

Данный метод является следствием законов Кирхгофа. Метод контурных токов (МКТ) позволяет значительно упростить расчет электрических цепей за счет уменьшения порядка системы уравнений. В методе вводятся фиктивные контурные токи, протекающие в независимых контурах.

Порядок расчета по МКТ:

1. Вводятся контурные токи  $I_{kk}$ , где  $k$  – количество независимых контуров. Число контурных токов определяется как  $N_{КТ} = N_B - N_V + 1$ .

**ВНИМАНИЕ:** *Через источник тока может протекать только один контурный ток, который считается известным, и равным току источника.*

2. Для каждого из контурных токов записываются контурные уравнения, имеющие следующий вид:

$$I_{kk} \sum R_{kk} + I_{mm} \sum R_{km} = \sum E_{kk},$$

где  $I_{kk}$  контурный ток  $k$ -го контура;  $R_{kk}$  – собственное сопротивление

$k$ -го контура (сумма всех сопротивлений, входящих в контур);  $R_{mk}$  – сопротивления, входящие одновременно в соседние контуры  $k$  и  $m$ ;  $I_{mm}$  – контурный ток для контура  $m$ ;  $\sum E_{kk}$  – сумма источников ЭДС, входящий в контур  $k$ .

Перед слагаемым  $R_{mk} \cdot I_{mm}$  берется знак «+», если на соответствующем сопротивлении направления токов  $I_{mm}$  и  $I_{kk}$  совпадают, знак «-» в противоположном случае. Знак перед источником напряжением источника ЭДС «+», если направление тока и напряжения совпадает, знак «-», если не совпадают.

3. Решаются контурные уравнения, находятся контурные токи.

4. Токи ветвей определяются, как алгебраическая сумма контурных токов, протекающих в соответствующих ветвях.

**Пример 1.4.** Для цепи постоянного тока на схеме 1.9 определить токи ветвей по методу контурных токов.

**Решение.** Определим число фиктивных контурных токов:

$$N_{KT} = N_B - N_V + 1 = 6 - 4 + 1 = 3.$$

Три контурных тока обозначим как:  $I_{11}, I_{22}, I_{33}$

Составим систему уравнений:

$$I_{11} \cdot (R_1 + R_4 + R_5) - I_{22} R_5 - I_{33} R_4 = E_1 - E_4,$$

$$I_{22} \cdot (R_2 + R_6 + R_5) - I_{11} R_5 - I_{33} R_6 = -E_2,$$

$$I_{33} \cdot (R_3 + R_4 + R_6) - I_{11} R_4 - I_{22} R_6 = E_3 + E_4.$$

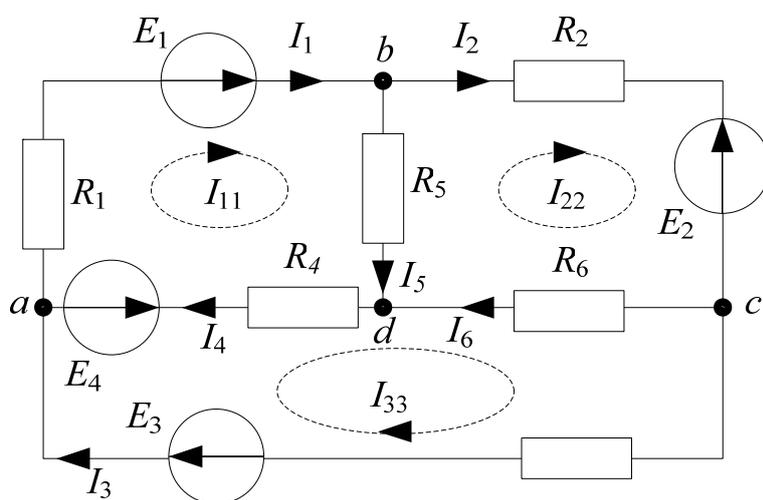


Схема 1.9

Решая систему уравнений, находим контурные токи  $I_{11}, I_{22}, I_{33}$ .

Тогда искомые токи ветвей:

$$I_1 = I_{11}, \quad I_2 = I_{22}, \quad I_3 = I_{33}, \quad I_4 = I_{11} - I_{33},$$

$$I_5 = I_{11} - I_{22}, \quad I_6 = I_{22} - I_{33}.$$

### 1.4.2. Метод межузлового напряжения

Этот метод применяется, когда в цепи лишь два узла. Рассмотрим метод на примере двухконтурной схемы.

**Пример 1.5.** Дана схема 1.10 с двумя узлами, определим межузловое напряжение  $U_{ab}$ .

**Решение:** Записываем I закон Кирхгофа:  $I_1 + I_2 - J = 0$ .

Тогда токи ветвей будут следующими:

$$I_1 = \frac{E_1 + U_{ab}}{R_1} = (E_1 + U_{ab}) \cdot Y_1, \quad I_2 = \frac{U_{ab}}{R_2} = U_{ab} \cdot Y_2.$$

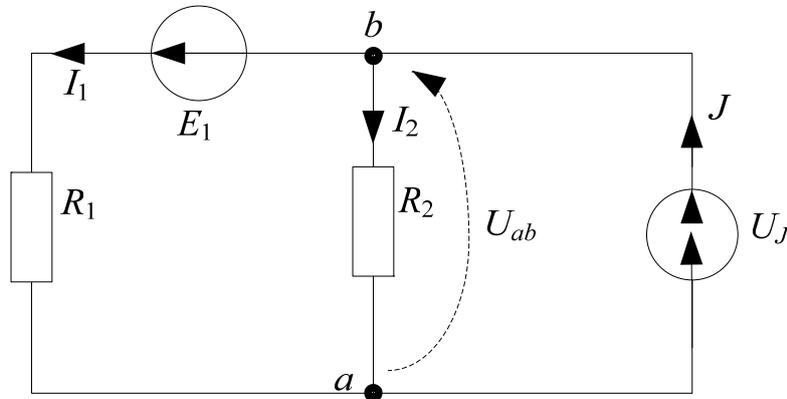


Схема 1.10

Подставляем найденные выражения для токов в I закон Кирхгофа:

$$(E_1 + U_{ab}) \cdot Y_1 + U_{ab} \cdot Y_2 - J = 0,$$

тогда 
$$U_{ab} = \frac{J - E_1 \cdot Y_1}{Y_1 + Y_2}.$$

### 1.4.3. Метод эквивалентного генератора

Метод эквивалентного генератора применяется в цепях, когда необходимо определить ток в какой-нибудь одной ветви.

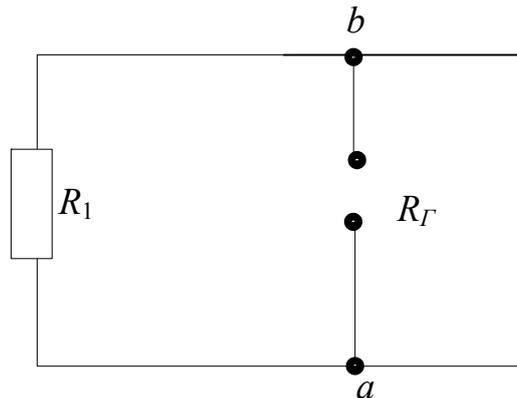
Согласно МЭГ цепь, относительно ветви с искомым током, представляется активным двухполюсником (эквивалентным генератором) с источником ЭДС или тока. Определяются параметры эквивалентного генератора:  $E_{\Gamma} = U_{XX}$ ,  $R_{\Gamma} = R_{\text{эkv}}$  в пассивном двухполюснике. Искомый ток  $I_{\text{H}}$  определяется по формуле Тевенена-Гельмгольца:

$$I_H = \frac{E_\Gamma}{R_\Gamma + R_H}.$$

**Пример 1.6.** Определим ток  $I_2$  в схеме 1.10 по МЭГ.

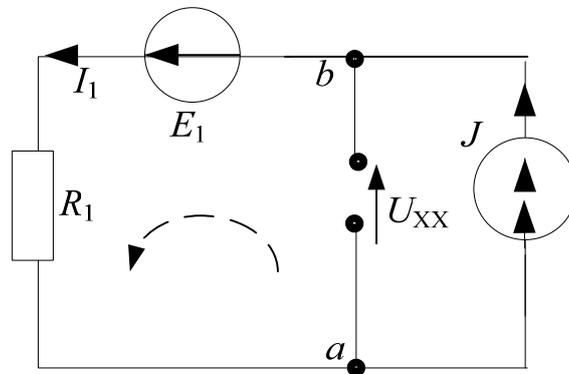
**Решение.** Определим  $U_{xx}$  обходя контур против часовой стрелки по второму закону Кирхгофа:  $U_{xx} = J \cdot R_1 - E_1$ .

Теперь определим внутреннее сопротивление генератора относительно зажимов «ab»



Внутреннее сопротивление генератора будет равно  $R_\Gamma = R_1$ .

Ток ветви определяем по формуле:  $I_2 = \frac{U_{xx}}{R_\Gamma + R_2}$ .



## 1.5. Примеры расчета сложных цепей различными методами

**Пример 1.7.** В схеме 1.11 определить токи всех ветвей методом уравнений Кирхгофа.

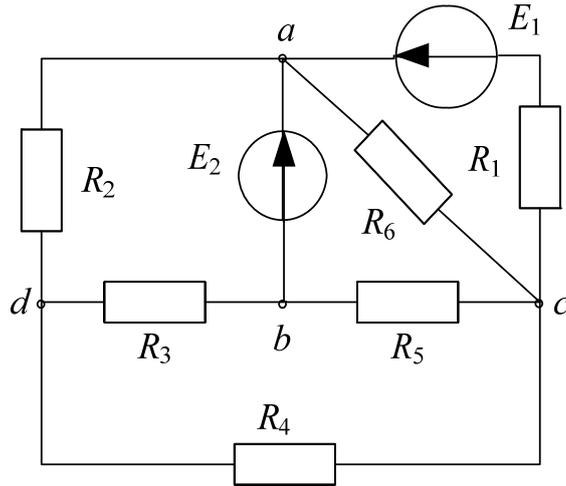
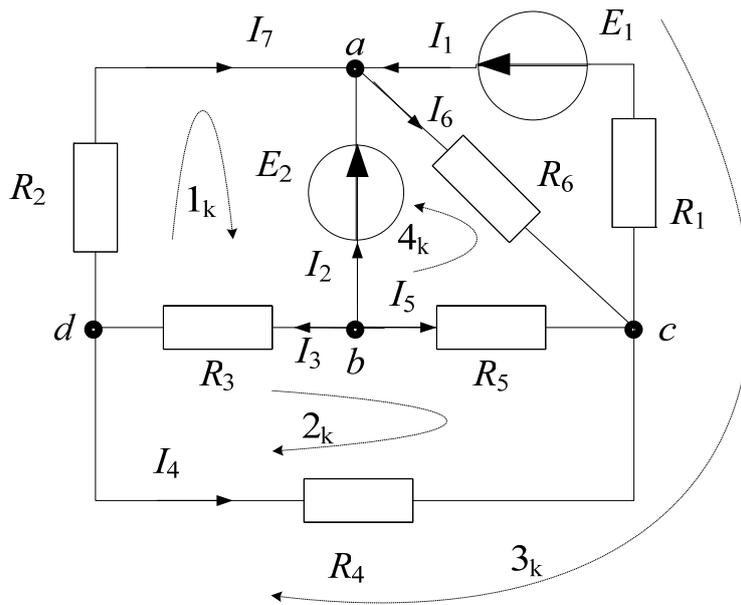


Схема 1.11

**Решение:** Расставим направление токов в ветвях заданной схемы и выберем направления обхода контура.



В схеме количество узлов  $n_y = 4$  ( $a, b, c, d$ ) и число ветвей  $n_b = 7$ . Значит по 1-му закону Кирхгофа необходимо составить  $n_1 = n_y - 1 = 4 - 1 = 3$  уравнения, для любых трех узлов составляем уравнения (втекающие в узел токи возьмем со знаком «-»), вытекающие со знаком «+»):

$$\begin{aligned}
 a: I_6 - I_1 - I_2 - I_7 &= 0, \\
 b: I_5 + I_2 + I_3 &= 0, \\
 c: -I_6 - I_5 - I_4 + I_1 &= 0.
 \end{aligned}$$

По 2 закону Кирхгофа составим  $n_{II} = n_6 - n_I = 7 - 3 = 4$ . В нашей схеме 4 независимых контура, значит по 2 закону Кирхгофа необходимо составить 4 уравнения:

$$1\text{к: } I_7 R_2 + I_3 R_3 = -E_2,$$

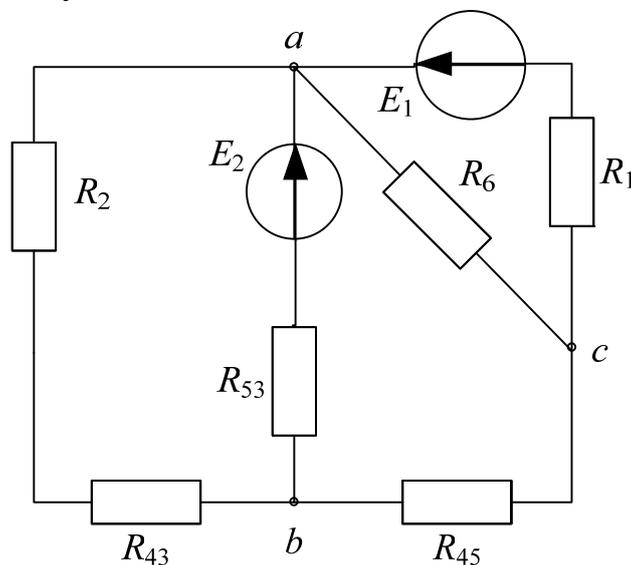
$$2\text{к: } I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 - I_4 \cdot R_4 = 0,$$

$$3\text{к: } -I_1 \cdot R_1 - I_4 \cdot R_4 + I_7 \cdot R_2 = -E_1,$$

$$4\text{к: } I_5 \cdot R_5 - I_6 \cdot R_6 = -E_2.$$

**Пример 1.8.** В схеме 1.11 сделать преобразование до двух контуров.  $R_1 = R_6 = 2$  Ом,  $R_2 = 1$  Ом,  $R_3 = R_4 = R_5 = 3$  Ом.

**Решение:** Сопротивления  $R_3, R_4, R_5$  соединены в треугольник, преобразуем его в звезду:



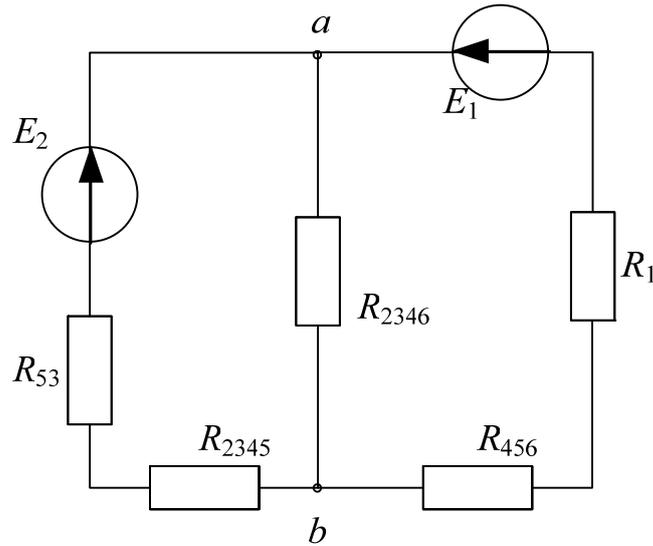
Тогда

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_3} = \frac{3 \cdot 3}{3 + 3 + 3} = 1 \text{ Ом}, R_{43} = \frac{R_4 \cdot R_3}{R_4 + R_5 + R_3} = \frac{3 \cdot 3}{3 + 3 + 3} = 1 \text{ Ом},$$

$$R_{53} = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_3} = \frac{3 \cdot 3}{3 + 3 + 3} = 1 \text{ Ом}.$$

Сопротивления  $R_2$  и  $R_{43}$  соединены последовательно, сложим их и получим сопротивление  $R_{234} = R_2 + R_{43} = 1 + 1 = 2$  Ом.

Сопротивления  $R_{234}, R_{45}, R_6$  соединены в треугольник, преобразуем его в звезду:



$$R_{456} = \frac{R_{45} \cdot R_6}{R_{45} + R_6 + R_{234}} = \frac{1 \cdot 2}{1 + 2 + 2} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ Ом},$$

$$R_{2345} = \frac{R_{234} \cdot R_{45}}{R_{45} + R_6 + R_{234}} = \frac{2 \cdot 1}{1 + 2 + 2} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ Ом},$$

$$R_{33} = R_{2346} = \frac{R_{234} \cdot R_6}{R_{45} + R_6 + R_{234}} = \frac{2 \cdot 2}{1 + 2 + 2} = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ Ом}.$$

Сопротивления  $R_{53}$  и  $R_{2345}$  соединены последовательно, сложим их в одно  $R_{32} = R_{234553} = R_{2345} + R_{53} = 0,4 + 1 = 1,4 \text{ Ом}$ , сопротивления  $R_1$  и  $R_{456}$  соединены тоже последовательно, сложим их в одно  $R_{31} = R_{1456} = R_1 + R_{456} = 2 + 0,4 = 2,4 \text{ Ом}$ . Получили схему с двумя контурами.

**Пример 1.9.** В схеме 1.12 известны следующие параметры:  $E_1 = 10\text{В}$ ,  $E_2 = 5\text{В}$ ,  $R_1 = 2,4 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 1,4 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 0,8 \text{ Ом}$ . Определить токи ветвей по методу контурных токов. Проверить расчет с помощью баланса мощностей.

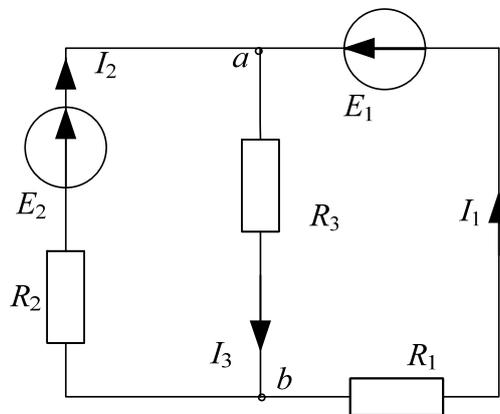
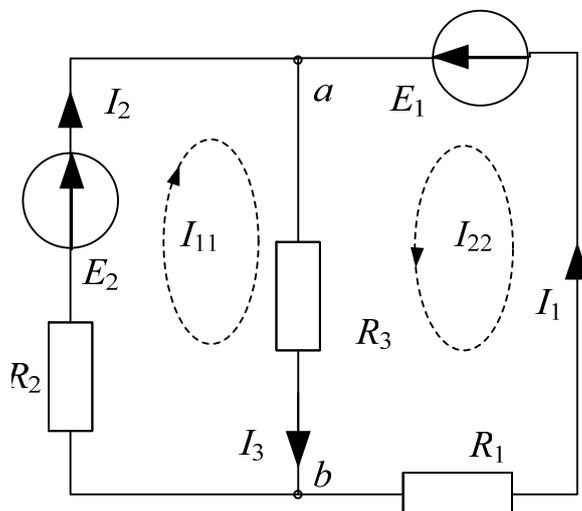


Схема 1.12

**Решение:** В начале выберем направления контурных токов.  
Составим уравнения контурных токов:

$$\begin{aligned} I_{11}(R_{31} + R_{33}) + I_{22}R_{33} &= E_1, \\ I_{22}(R_{32} + R_{33}) + I_{11} \cdot R_{33} &= E_2 \end{aligned}$$



Решим систему методом подстановки, в результате получим:

$$I_{11} = 2,813 \text{ А}, I_{22} = 1,25 \text{ А}.$$

Определим токи в ветвях через найденные контурные токи:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{11} = 2,813 \text{ А}, \quad I_2 = I_{22} = 1,25 \text{ А}, \\ I_3 &= I_{11} + I_{22} = 2,813 + 1,25 = 4,063 \text{ А}. \end{aligned}$$

Составим баланс мощностей:

$$\begin{aligned} P_B &= E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 = 10 \cdot 2,812 + 5 \cdot 1,25 = 34,37 \text{ Вт}, \\ P_{II} &= I_1^2 \cdot R_{31} + I_2^2 \cdot R_{32} + I_3^2 \cdot R_{33} = \\ &= (2,812)^2 \cdot 2,4 + (1,25)^2 \cdot 1,4 + (4,0625)^2 \cdot 0,8 = 34,3 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Погрешность вычислений:

$$\delta_{\%} = \frac{|P_B - P_{II}|}{P_B} \cdot 100\% = \frac{|34,37 - 34,3|}{34,37} \cdot 100\% = 0,2\% \leq 3\%.$$

Расчет верен.

**Пример 1.10.** В схеме 1.12 известны следующие параметры:  $E_1 = 10\text{В}$ ,  $E_2 = 5\text{В}$ ,  $R_1 = 2,4\text{ Ом}$ ,  $R_2 = 1,4\text{ Ом}$ ,  $R_3 = 0,8\text{ Ом}$ . Найдём токи ветвей методом межузловых напряжений. Построить потенциальную диаграмму.

**Решение:** Составим уравнения для напряжения  $U_{ab}$ :

$$U_{ab} = \frac{E_1 \cdot Y_1 + E_2 \cdot Y_2}{(Y_1 + Y_2 + Y_3)},$$

где  $Y_1, Y_2, Y_3$  – проводимости ветвей.  $Y_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{2,4} = 0,416 \text{ См}$ ,

$$Y_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{1,4} = 0,714 \text{ См}, Y_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{0,8} = 1,25 \text{ См}.$$

Тогда получили:

$$U_{ab} = \frac{10 \cdot 0,416 + 5 \cdot 0,714}{0,416 + 0,714 + 1,25} = 3,25 \text{ В}.$$

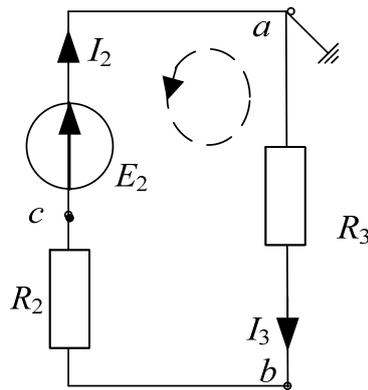
По обобщенному закону Ома найдем токи в ветвях:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1} = \frac{10 - 3,25}{2,4} = 2,812 \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2} = \frac{5 - 3,25}{1,4} = 1,25 \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3} = \frac{3,25}{0,8} = 4,0625 \text{ А}.$$

Построим потенциальную диаграмму для любого контура без источника тока.



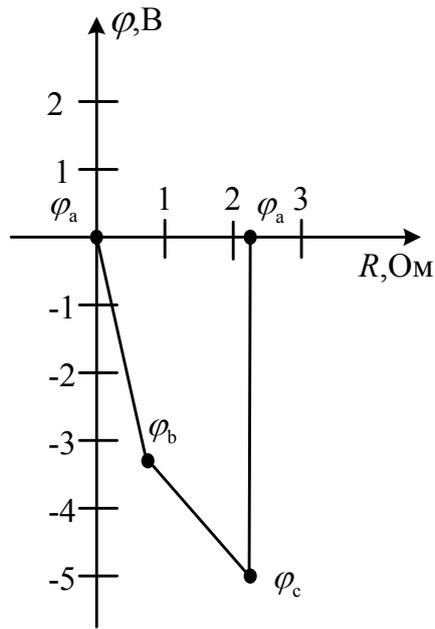
Выберем в контуре любую точку, допустим  $a$  и примем потенциал этой точки равным нулю  $\varphi_a = 0$ .

Далее пойдем по обходу контура:

$$\varphi_c = \varphi_b - I_2 \cdot R_2 = -3,25 - 1,25 \cdot 1,4 = -5 \text{ В},$$

$$\varphi_a = \varphi_c + E_2 = -5 + 5 = 0 \text{ В}.$$

Выходим из точки с потенциалом равным нулю и, обойдя контур, приходим в точку с таким же потенциалом, диаграмма подтверждает правильность расчетов.

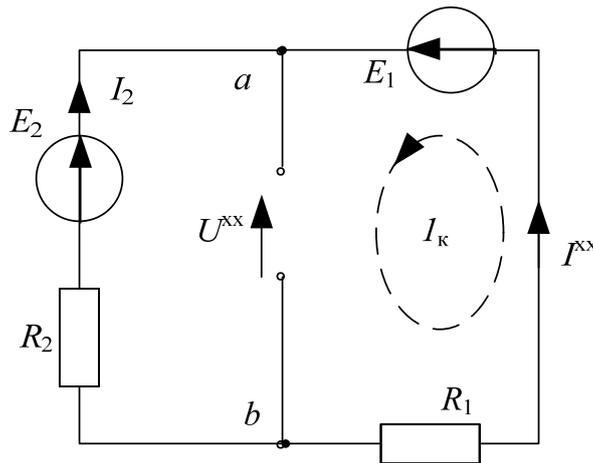


**Пример 1.11.** В схеме 1.12 известны следующие параметры:  $E_1 = 10\text{В}$ ,  $E_2 = 5\text{В}$ ,  $R_1 = 2,4\text{ Ом}$ ,  $R_2 = 1,4\text{ Ом}$ ,  $R_3 = 0,8\text{ Ом}$ . Найдем ток в ветви без ЭДС методом эквивалентного генератора.

**Решение:** Ток в ветви без ЭДС – это ветвь с сопротивлением  $R_3$ . Уберем это сопротивление из ветви и относительно получившихся зажимов найдем напряжение холостого хода  $U^{XX}$ .

Для определения  $U^{XX}$  обойдем 1 контур по 2 закону Кирхгофа:

$$U^{XX} = E_1 - I^{XX} \cdot R_1.$$



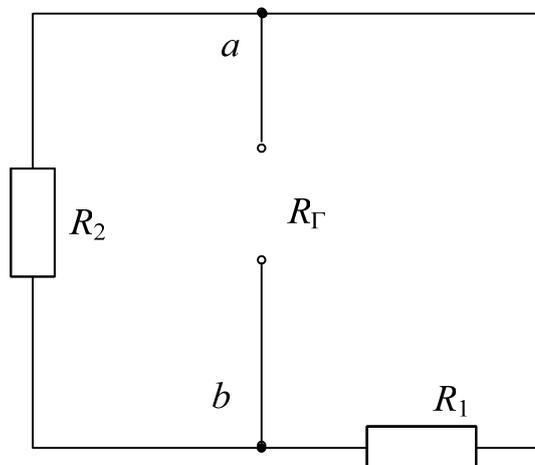
Ток  $I^{XX}$  определим из закона Ома:

$$I^{XX} = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 - 5}{2,4 + 1,4} = 1,315\text{ А}.$$

Подставим найденное значение тока  $I^{xx}$  и получим:

$$U^{xx} = 10 - 1,315 \cdot 2,4 = 6,842 \text{ В.}$$

Определим сопротивление генератора  $R_{\Gamma}$ .



Здесь сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  соединены параллельно, тогда:

$$R_{\Gamma} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2,4 \cdot 1,4}{2,4 + 1,4} = 0,884 \text{ Ом.}$$

Искомый ток будет равен:

$$I_3 = \frac{U^{xx}}{R_{\Gamma} + R_3} = \frac{6,842}{0,884 + 0,8} = 4,0629 \text{ А.}$$

### 1.6. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 1.1.** Определить эквивалентное сопротивление  $R_{ab}$  пассивной цепи (схема 1.13), если  $R_1 = 2,5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 3 \text{ Ом}$ .

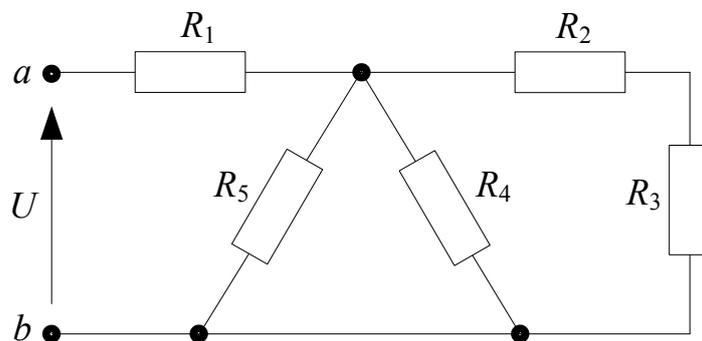


Схема 1.13

**Задача 1.2.** Определить эквивалентное сопротивление  $R_{ab}$  пассивной цепи (схема 1.14), если  $R_1 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 7 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 2 \text{ Ом}$ .

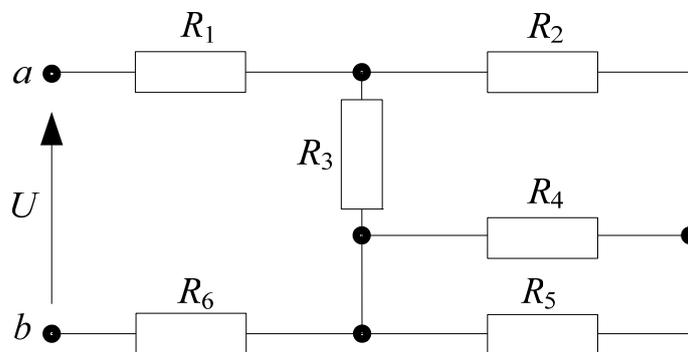


Схема 1.14

**Задача 1.3.** Определить эквивалентное сопротивление  $R_{ab}$  пассивной цепи (схема 1.15), если  $R_1 = R_2 = R_3 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = R_5 = 3 \text{ Ом}$ .

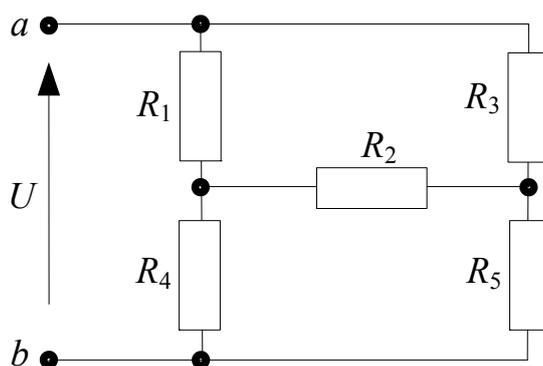


Схема 1.15

**Задача 1.4.** Определить ток  $I$  в цепи (схема 1.16), если ключ разомкнут  $U = 100 \text{ В}$ ,  $R_1 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 7 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 3 \text{ Ом}$ .

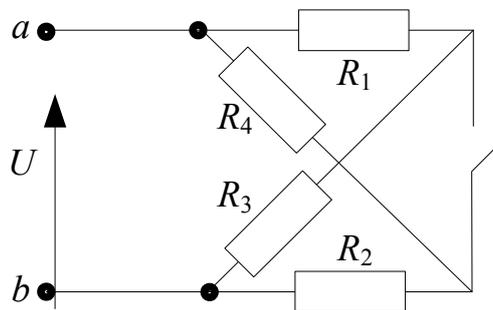


Схема 1.16

**Задача 1.5.** Определить входной ток в цепи (схема 1.17), если  $E = 30 \text{ В}$ ,  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 6 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 3 \text{ Ом}$ .

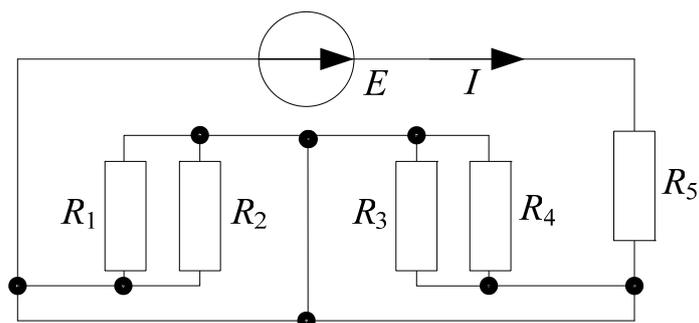


Схема 1.17

### 1.7. Индивидуальное задание №1 для самостоятельной работы «Расчет разветвленной цепи постоянного тока»

1. Составить систему уравнений для определения токов в ветвях методом законов Кирхгофа.
2. Преобразовать схему до двух контуров. Рассчитать токи во всех ветвях схемы:
  - методом контурных токов,
  - методом межузлового напряжения.
3. Составить баланс мощностей.
4. Рассчитать ток одной ветви без источника методом эквивалентного генератора.
5. Определить показание вольтметра в любой ветви.
6. Построить потенциальную диаграмму.

Таблица 1.1

Параметры  
источников

№	$E_1, В$	$E_2, В$	$J, А$
1	40	20	4
2	20	40	2
3	40	10	6
4	10	40	8
5	50	20	1
6	20	50	3
7	60	20	7
8	20	60	9
9	10	30	5
10	30	10	10

Таблица 1.2

Параметры элементов

№	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$	$R_5, Ом$	$R_6, Ом$
1	5	2	10	5	6	8
2	2	1	30	10	10	2
3	4	5	3	3	4	2
4	6	3	5	5	10	5
5	2	1	30	10	10	2
6	6	8	5	10	9	4
7	4	2	6	6	8	5
8	3	1	2	8	10	4
9	5	4	1	4	5	8
10	3	4	10	4	6	3

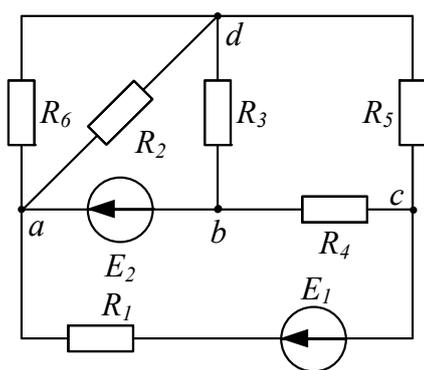
Окончание таб.1.1

Окончание таб.1.2

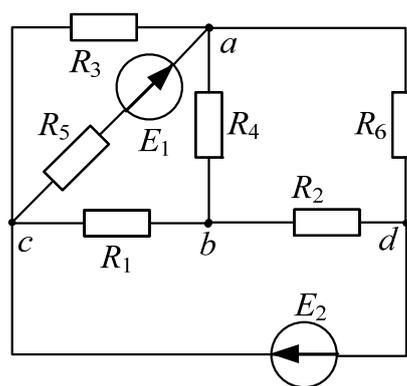
№	$E_1, В$	$E_2, В$	$J, А$	№	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$	$R_5, Ом$	$R_6, Ом$
11	10	50	4	11	6	7	8	6	3	5
12	50	10	2	12	7	8	9	10	5	7
13	60	10	6	13	6	7	10	5	3	2
14	10	60	8	14	7	9	6	10	8	6
15	10	70	1	15	6	8	9	5	7	9
16	70	10	3	16	8	9	10	7	5	6
17	80	20	7	17	7	8	6	9	5	10
18	20	80	9	18	6	9	10	5	7	8
19	80	10	5	19	7	8	9	10	5	7
20	10	80	10	20	6	7	9	8	10	8

**Примечание:** объем задания уточняет лектор.

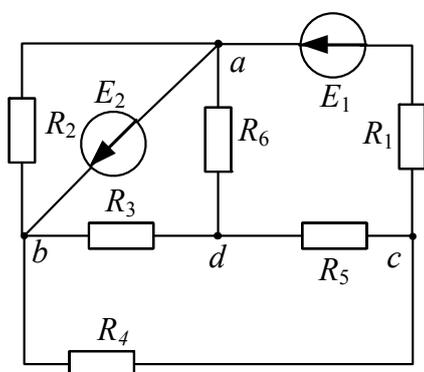
**Схемы для расчетов**



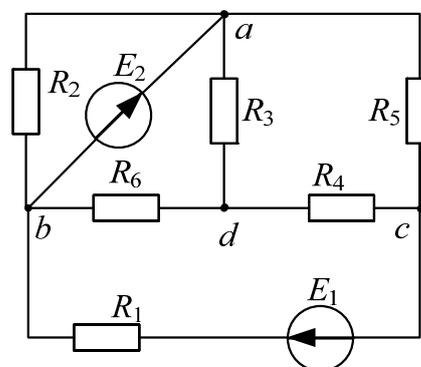
**№ 1**



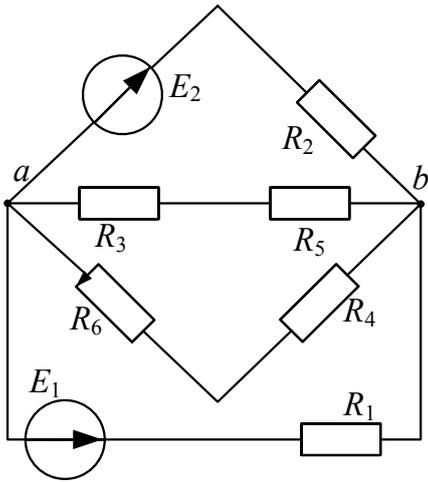
**№ 2**



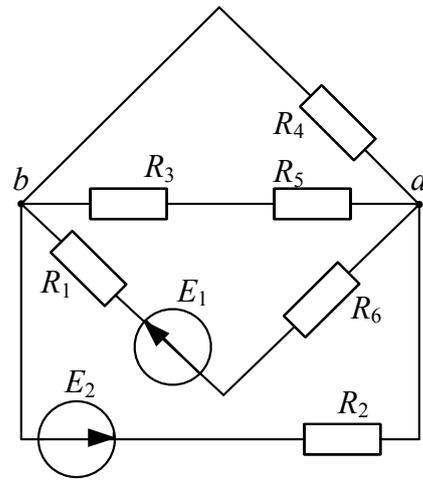
**№ 3**



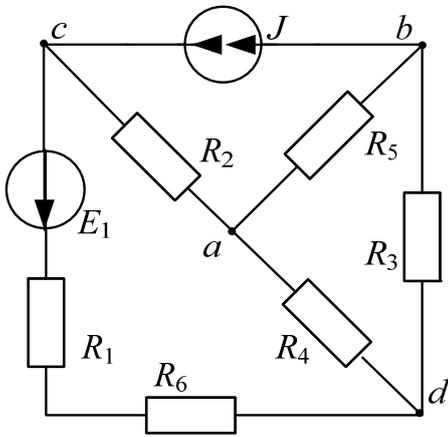
**№ 4**



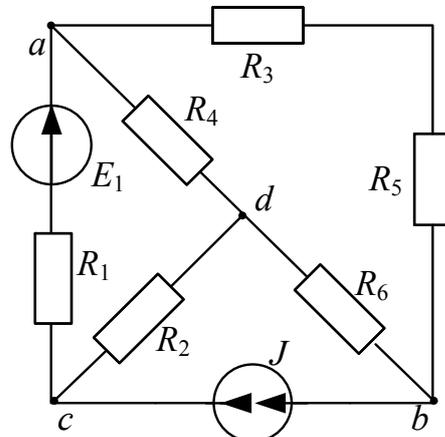
№ 5



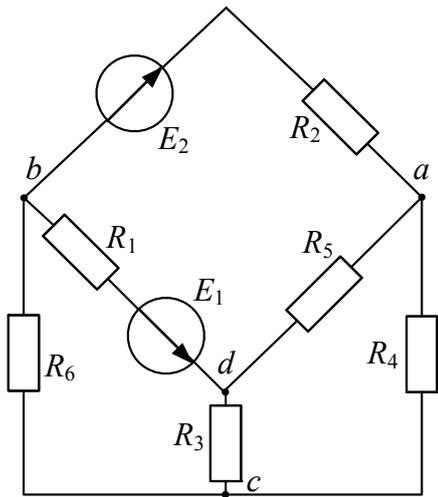
№ 6



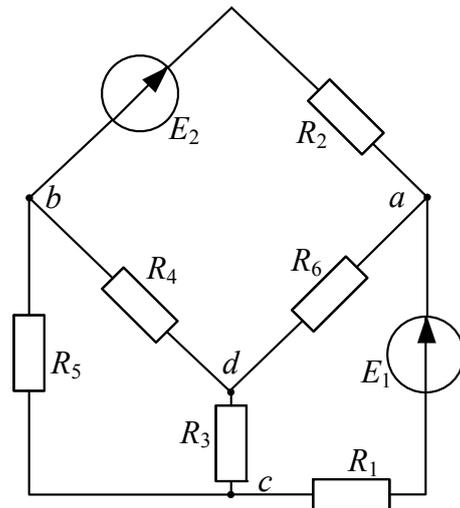
№ 7



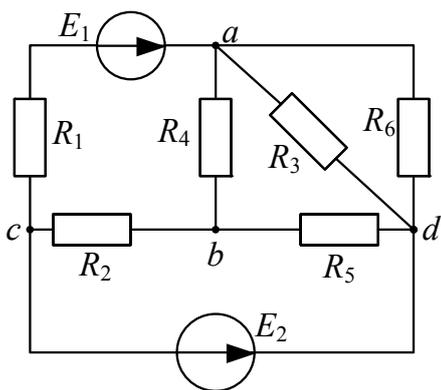
№ 8



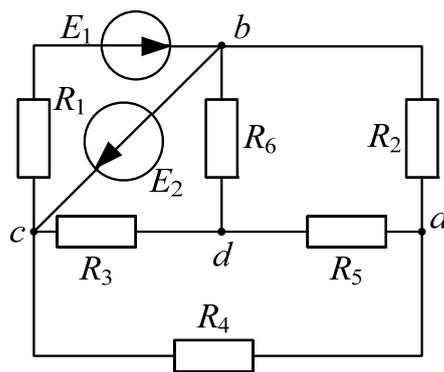
№ 9



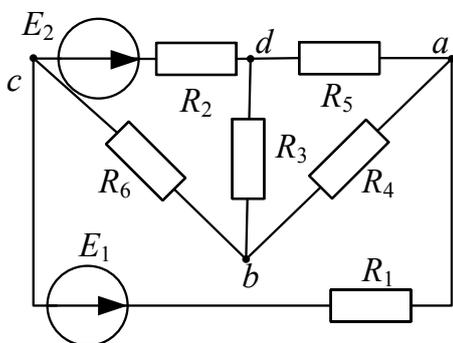
№ 10



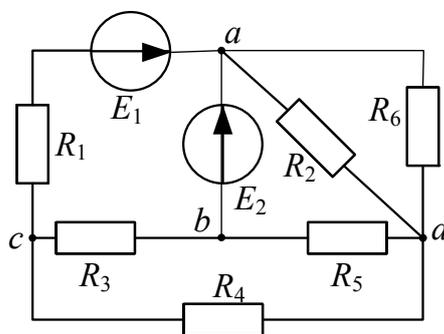
№ 11



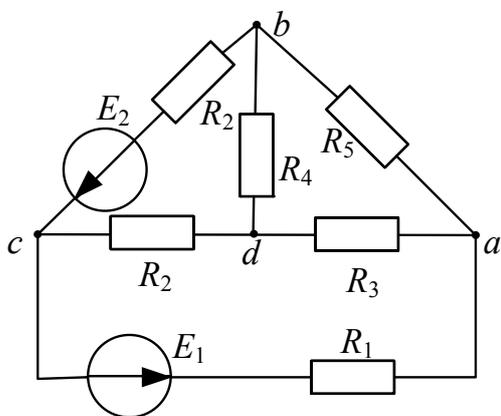
№ 12



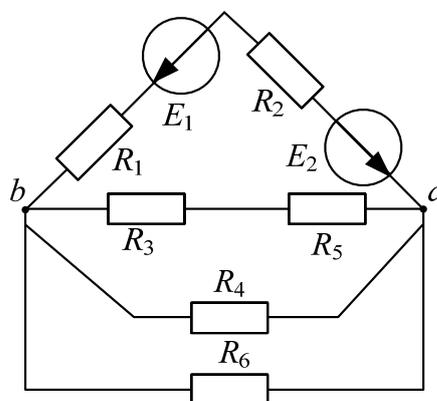
№ 13



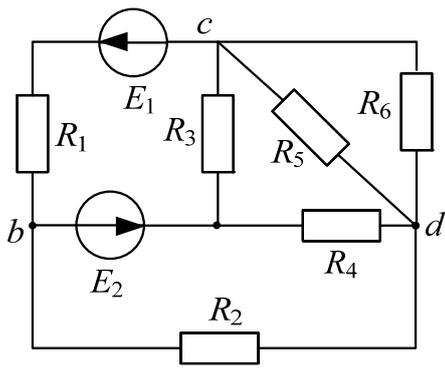
№ 14



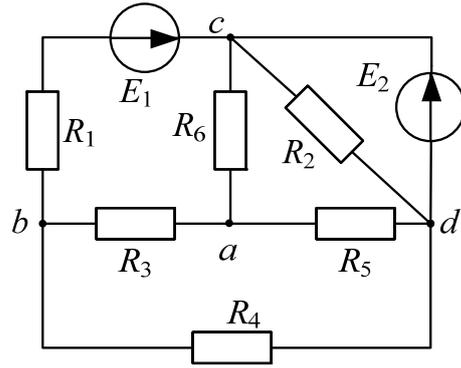
№ 15



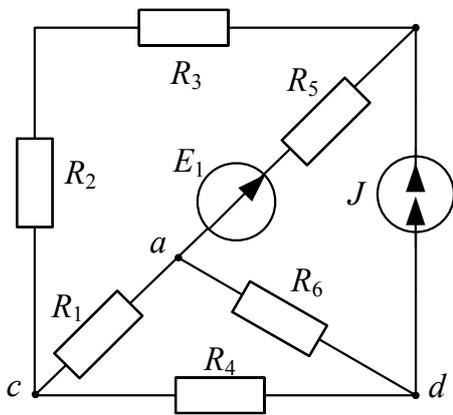
№ 16



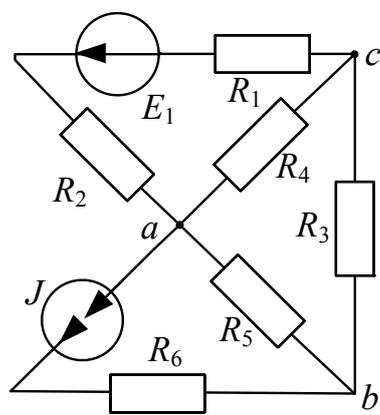
№ 17



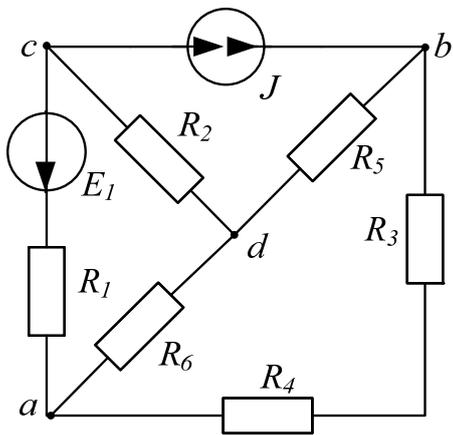
№ 18



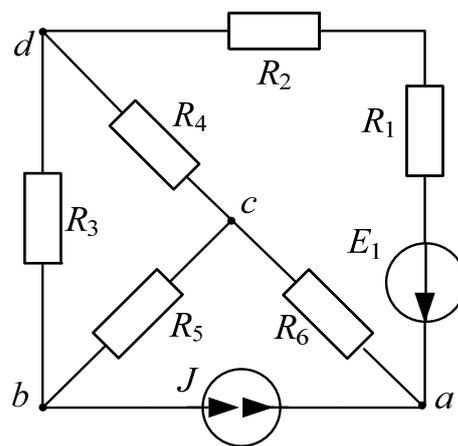
№ 19



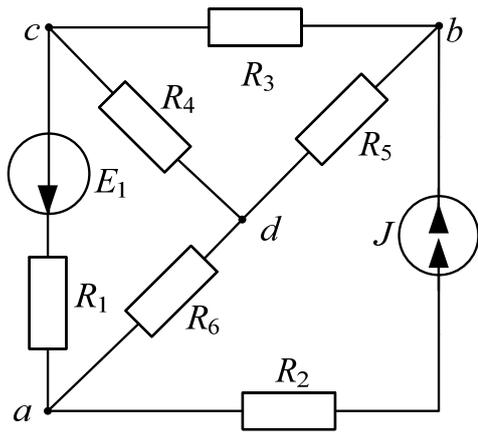
№ 20



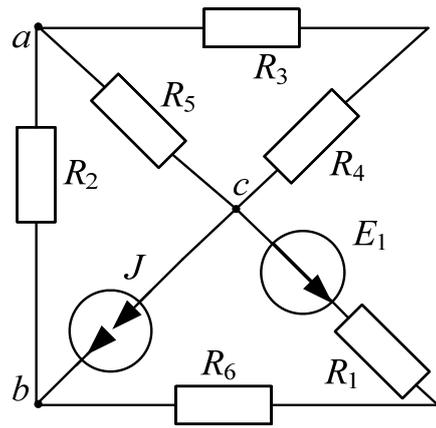
№ 21



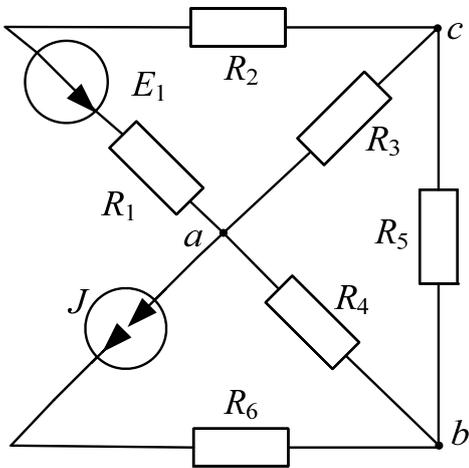
№ 22



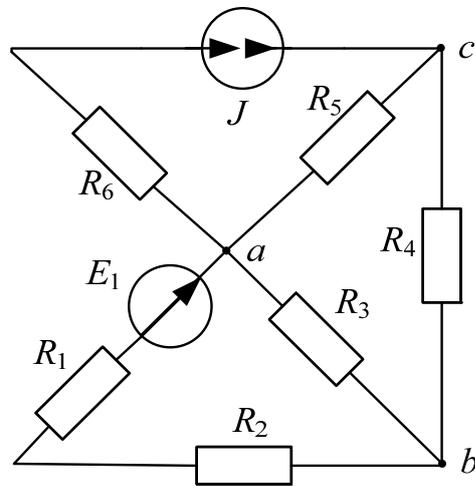
№ 23



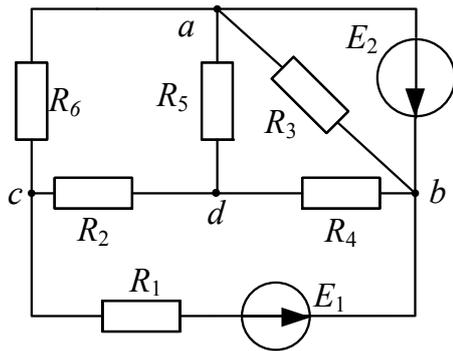
№ 24



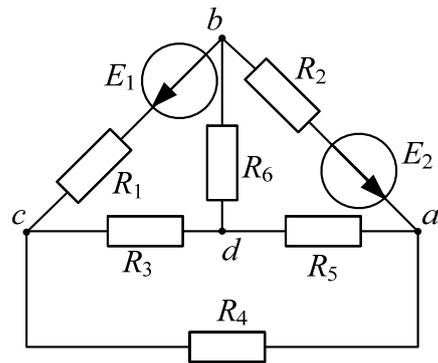
№ 25



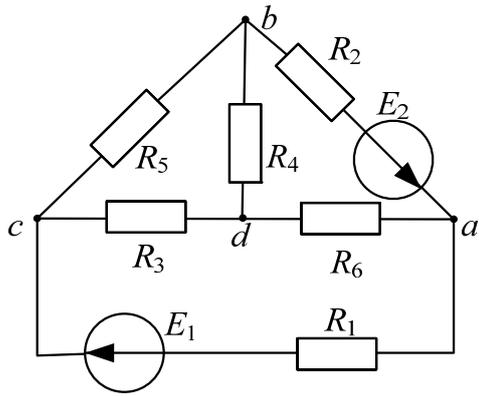
№ 26



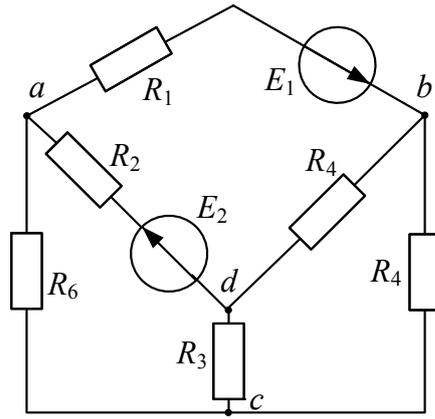
№ 27



№ 28



№ 29



№ 30

## 2. ОДНОФАЗНЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

### 2.1. Основные понятия

Если значения тока, напряжения или ЭДС изменяются со временем, то они называются **переменными**. Каждое из этих значений в любой момент времени называется **мгновенным**. Для гармонического (синусоидального, переменного) тока и напряжения **закон Ома** выполняется для средних, мгновенных и действующих значений:

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \beta),$$

$$u(t) = R \cdot i(t) = R \cdot I_m \cdot \sin(\omega t + \alpha).$$

Здесь  $u(t)$ ,  $i(t)$  – мгновенные значения напряжения и тока,  $U_m$ ,  $I_m$  – амплитуды напряжения и тока,  $\alpha$ ,  $\beta$  – начальная фаза напряжения и тока,  $\omega$  – угловая частота колебаний.

**Действующее значение** синусоидального тока (напряжения) равно значению постоянного тока (напряжения), при котором на резистивном элементе за время равное периоду выделяется такое же количество тепловой энергии, что и при переменном токе (напряжении). Таким образом, действующее значение характеризует тепловое действие переменного тока.

При токе  $i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \beta)$  мощность тепловых потерь на резистивном элементе следующим образом:

$$P_T = R \cdot i^2 = R \cdot I_m^2 \cdot \sin^2(\omega t + \beta), \text{ Дж}$$

и выделяемая за период энергия

$$W_T = \int_0^T P_T dt = R \cdot I_m^2 \int_0^T \sin^2(\omega t + \beta) dt = \frac{R \cdot I_m^2}{2} \cdot T.$$

Постоянным током за это же время выделяется энергия:

$$W_T = \int_0^T P_T dt = \int_0^T R \cdot I^2 dt = R \cdot I^2 \int_0^T dt = R \cdot I^2 \cdot T.$$

Приравнивая уравнения эти два уравнения, получаем действующее значение тока:

$$I^2 \cdot R \cdot T = \frac{R \cdot I_m^2}{2} \cdot T, \text{ если } I \equiv I_D, \text{ тогда } I_D^2 \cdot R \cdot T = \frac{R \cdot I_m^2}{2} \cdot T, I_D = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

Аналогично можно доказать что действующее значение напряжения  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ .

Учитывая, что  $I_m = I\sqrt{2}$  и  $U_m = U\sqrt{2}$ , синусоидальные функции тока и напряжения можем записать с использованием действующих значений следующим образом:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \sin(\omega t + \beta),$$

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \sin(\omega t + \alpha).$$

## 2.2. Представление синусоидальных величин комплексными числами

Синусоидальные величины – ток, напряжение и ЭДС могут быть представлены в виде комплексных чисел.

Если радиус длиной  $F_m$  вращать против часовой стрелки с постоянной угловой частотой  $\omega$ , то его проекция на ось ординат будет соответствовать синусоидальной функции  $f(t) = F_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$ . Изобразим синусоидальную функцию в виде вращающегося радиус-вектора (рис.2.1)

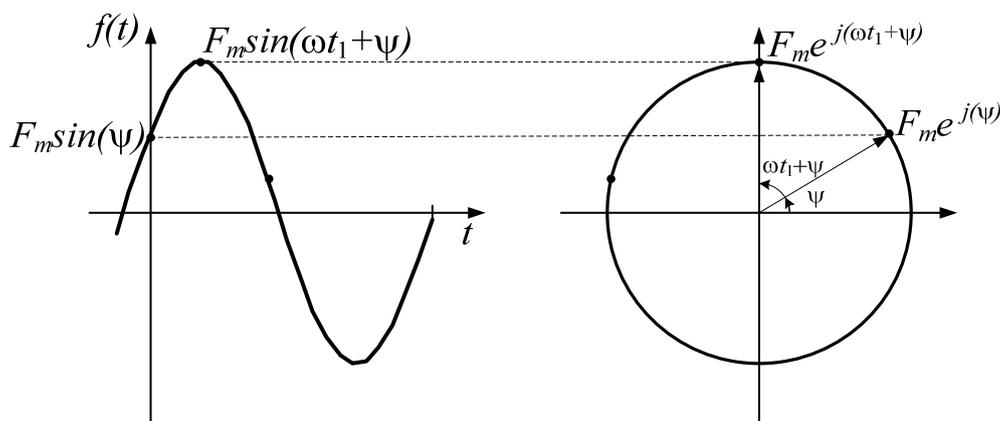


Рис. 2.1. Представление синусоидальных функций

Перенесем радиус-вектор из декартовой системы координат на плоскость комплексных чисел (рис.2.2).

Длина этого вектора равна действующему значению синусоидальной величины:

$$\underline{F} = \dot{F} = \frac{\dot{F}_m}{\sqrt{2}} = F \cdot e^{j\psi},$$

называется **комплексом действующего значения функции**. Здесь  $j = \sqrt{-1}$  – мнимая единица,  $F_m$  – модуль,  $(\omega t + \beta)$  – аргумент комплексного числа.

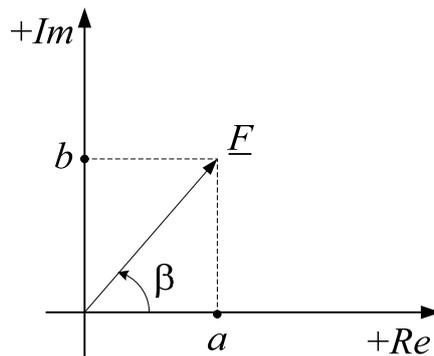


Рис. 2.2. Радиус-вектор функций на комплексной плоскости

Существует **3 формы записи комплексного значения** синусоидальной функции:

1. Показательная форма:  $\dot{F} = F_m e^{j\beta}$ ;
2. Тригонометрическая форма:  $\dot{F} = F_m \cos(\beta) + j \cdot F_m \sin(\beta)$ ;
3. Алгебраическая форма:  $\dot{F} = a + j \cdot b$ .

Все три формы записи комплексного числа являются равнозначными.

Таким образом

$$\begin{aligned} F_m \cdot \sin(\omega t + \beta) &= \sqrt{2} \cdot F \cdot \sin(\omega t + \beta) = \\ &= \text{Im} \left[ \sqrt{2} \cdot F \cdot e^{j(\omega t + \beta)} \right] = \text{Im} \left[ \sqrt{2} \cdot \dot{F} \cdot e^{j\omega t} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \dot{F} &= F \cdot e^{j\beta} = F \cdot \cos \beta + jF \sin \beta = a + jb, \end{aligned}$$

где  $\text{Im} \left[ \sqrt{2} \cdot F \cdot e^{j(\omega t + \beta)} \right]$  – мнимая составляющая вращающегося радиус-вектора.

При решении задач возникает необходимость перехода от алгебраической к показательной форме, и наоборот.

*Преобразование показательной формы в алгебраическую:*

$$F_m e^{j\beta} = a + jb,$$

где  $a = F_m \cdot \cos(\beta)$  – действительная часть комплексного числа,  $b = F_m \cdot \sin(\beta)$  – мнимая часть комплексного числа.

*Преобразование алгебраической формы в показательную:*

$$a + jb = F_m \cdot e^{j\beta},$$

где  $F_m = \sqrt{a^2 + b^2}$  – модуль,  $\beta = \arctg \frac{b}{a} + (180^\circ)$  – аргумент, причем  $180^\circ$  учитывается при  $a < 0$ .

**Пример 2.1** (представление гармонической функции комплексным числом):

$$i(t) = 5\sqrt{2} \cdot \sin(50t + 30^\circ), \text{ A} \Rightarrow \dot{I}_m = 5\sqrt{2} \cdot e^{j30^\circ}, \text{ A}$$

**Пример 2.2** (перевод из показательной формы в алгебраическую):

$$2 \cdot e^{j60^\circ} = 2 \cdot \cos 60^\circ + j2 \cdot \sin 60^\circ = 1 + j1,73.$$

**Пример 2.3** (перевод из алгебраической в показательную форму):

$$3 + j4 = \sqrt{3^2 + 4^2} \cdot e^{j \left( \arctg \frac{4}{3} \right)} = 5 \cdot e^{j53,13^\circ}.$$

**Пример 2.4** (переход от комплексной амплитуды к гармонической функции):

$$\begin{aligned} \dot{I}_m &= -5 + j5 = \sqrt{(-5)^2 + 5^2} \cdot e^{j \left( \arctg \frac{5}{-5} + 180^\circ \right)} = 5\sqrt{2} e^{j225^\circ}, \text{ A} \\ i(t) &= 5\sqrt{2} \sin(50t + 225^\circ), \text{ A}. \end{aligned}$$

### Арифметические операции с комплексными числами

1. *Сложение и вычитание* (выполняется в алгебраической форме)

Если число представлено в показательной форме, то его надо перевести в алгебраическую форму

$$\begin{aligned} \dot{F} &= F_1 \cdot e^{j\beta_1} \pm F_2 \cdot e^{j\beta_2} = (a_1 + jb_1) \pm (a_2 + jb_2) = \\ &= (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2) = a + jb. \end{aligned}$$

При выполнении сложения (вычитания) складываются отдельно действительные и мнимые части комплексных чисел.

**Пример 2.5** (сложение):

$$\begin{aligned} 5e^{j53,13^\circ} + 2e^{j90^\circ} &= 5 \cos 53,13^\circ + j5 \sin 53,13^\circ + 2 \cos 90^\circ + j2 \sin 90^\circ = \\ &= 3 + j4 + 2j = 3 + j6. \end{aligned}$$

2. *Умножение* (выполняется в показательной форме)

Если число представлено в алгебраической форме, то его надо перевести в показательную форму

$$(a_1 + jb_1) \cdot (a_2 + jb_2) = F_1 e^{j\beta_1} \cdot F_2 e^{j\beta_2} = F_1 \cdot F_2 \cdot e^{j(\beta_1 + \beta_2)} = F \cdot e^{j\beta}.$$

Умножение в алгебраической форме выполняется по правилам умножения многочленов, с учетом того, что  $j \cdot j = -1$ .

**Пример 2.6** (умножение):

$$\begin{aligned} (1 + j1,73) \cdot (7,07 - j7,07) &= \sqrt{1^2 + 1,73^2} e^{j \arctg \frac{1,73}{1}} \cdot \\ &\cdot \sqrt{7,07^2 + (7,07)^2} e^{j \arctg \left( \frac{-7,07}{7,07} \right)} = 2e^{j60^\circ} \cdot 10e^{-j45^\circ} = 20e^{j15^\circ}. \end{aligned}$$

### 3. Деление (выполняется в показательной форме)

Если число представлено в алгебраической форме, то его надо перевести в показательную форму

$$\frac{a_1 + jb_1}{a_2 + jb_2} = \frac{F_1 e^{j\beta_1}}{F_2 e^{j\beta_2}} = \left( \frac{F_1}{F_2} \right) \cdot e^{j(\beta_1 - \beta_2)} = F \cdot e^{j\beta}.$$

**Пример 2.7** (деление):

$$\frac{7,07 + j7,07}{1 + j1,73} = \frac{\sqrt{7,07^2 + (7,07)^2} e^{j \arctg\left(\frac{7,07}{7,07}\right)}}{\sqrt{1^2 + 1,73^2} e^{j \arctg\frac{1,73}{1}}} = \frac{10e^{j45^\circ}}{2e^{j60^\circ}} = 5e^{-j15^\circ}.$$

### 4. Возведение в степень (выполняется в показательной форме)

$$(a_1 + jb_1)^m = (F_1 \cdot e^{j\beta_1})^m = F_1^m \cdot e^{jm \cdot \beta_1} = F \cdot e^{j\beta}.$$

### 5. Некоторые соотношения

$$j = \sqrt{-1}, \quad j^2 = -1, \quad j^3 = -j, \quad 1/j = -j,$$

$$j = e^{j90^\circ}, \quad -j = e^{-j90^\circ}, \quad 1 = e^{j0^\circ}, \quad -1 = e^{j180^\circ}.$$

## 2.3. Основные законы в комплексной форме

Запись **закона Ома в комплексной форме** выполняется для комплексных амплитуд или комплексов действующих значений

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{\underline{Z}} \quad \text{или} \quad \dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}},$$

где  $\underline{Z}$  – сопротивление приемника,  $\underline{Z} = Ze^{j\varphi}$  – комплексное сопротивление приемника, размерность Ом.

Комплексное сопротивление резистивного элемента:  $\varphi = 0$ , следовательно  $\underline{Z} = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = Z \cdot e^{j\varphi} = Z \cdot e^{j0^\circ} = Z = R$ , Ом.

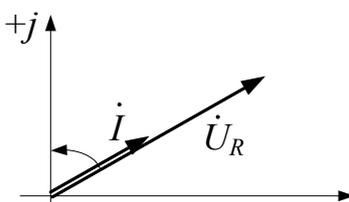


Рис.2.3. Вектора напряжения и тока резистивного элемента

На комплексной плоскости вектор напряжения резистивного элемента *совпадает* по направлению с вектором своего тока (рис. 2.3).

Комплексное сопротивление индуктивного элемента:

$$\underline{Z}_L = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = j \cdot \omega \cdot L = j \cdot x_L.$$

$x_L = \omega \cdot L$  – реактивное сопротивление индуктивного элемента, Ом.

Если у индуктивного элемента имеется активное сопротивление (т.е. учитывается сопротивление катушки постоянному току) тогда:

$$\underline{Z}_L = R_L + jx_L = R_L + j\omega L.$$

На комплексной плоскости вектор напряжения индуктивного элемента *опережает* по направлению вектор своего тока на  $90^\circ$  (рис. 2.4).

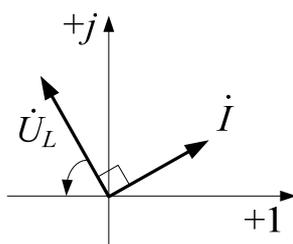


Рис. 2.4. Вектора напряжения и тока индуктивного элемента

Комплексное сопротивление емкостного элемента:

$$\underline{Z}_C = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = -\frac{j}{\omega \cdot C} = -jx_C.$$

$x_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$  – реактивное сопротивление емкостного элемента, Ом.

На комплексной плоскости вектор напряжения емкостного элемента *отстает* по направлению вектор своего тока на  $90^\circ$  (рис. 2.5).

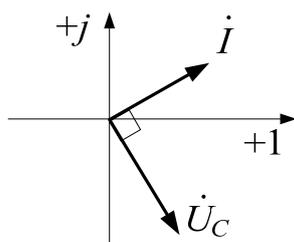


Рис. 2.5. Вектора напряжения и тока емкостного элемента

**Законы Кирхгофа** записываются в комплексной форме, если в цепь включены источники синусоидальных токов или ЭДС одинаковой частоты.

**I закон Кирхгофа:** Для каждого из узлов комплексной схемы замещения алгебраическая сумма комплексных амплитуд токов (комплексов действующих значений) равна нулю.

Математическая запись закона:

$$\sum_{k=1}^N \dot{I}_k = 0,$$

здесь  $N$  – число ветвей, сходящихся в узле.

**II закон Кирхгофа:** Для любого контура комплексной схемы замещения алгебраическая сумма комплексов падения напряжения на пассивных элементах равна алгебраической сумме комплексов ЭДС и напряжений источников тока.

Математическая запись закона:

$$\sum_{k=1}^n \dot{U}_k = \sum_{k=1}^m \dot{E}_k,$$

здесь  $n$  – число пассивных элементов контура, сходящихся в узле;  $m$  – число ЭДС контура.

**Пример 2.8.** В схеме 2.1 рассчитать комплексные сопротивления элементов (круговая частота  $\omega = 314$  рад/с),  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 40$  Ом,  $L_1 = 64$  мГн,  $L_3 = 128$  мГн,  $C_2 = 159$  мкФ.

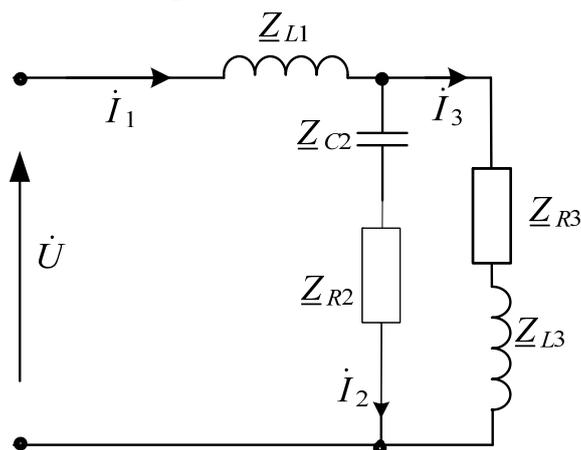


Схема 2.1

**Решение:** В схеме определим комплексные сопротивления элементов:

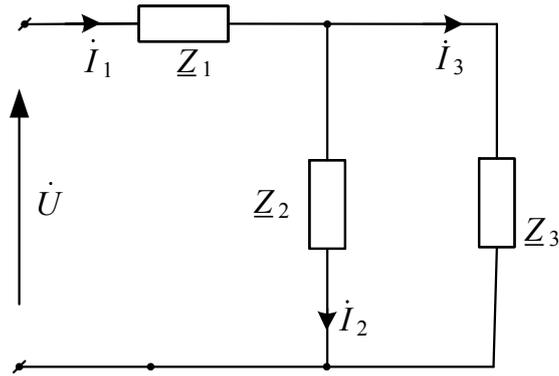
$$\underline{Z}_{L1} = j\omega L_1 = j314 \cdot 64 \cdot 10^{-3} = 20j, \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{L3} = j\omega L_3 = j314 \cdot 128 \cdot 10^{-3} = 40j, \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{R2} = R_2 = 20, \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{R3} = R_3 = 40, \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{C2} = -\frac{1}{j\omega C_2} = -\frac{1}{j314 \cdot 159 \cdot 10^{-6}} = -20j, \text{ Ом}.$$

Упростим схему, за счет сложения последовательно соединенных сопротивлений.



$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{L1} = 20j = 20e^{j90^\circ}, \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{R2} + \underline{Z}_{C2} = 20 - 20j = 20e^{-j45^\circ}, \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = \underline{Z}_{R3} + \underline{Z}_{L3} = 40 + 40j = 40e^{j45^\circ}, \text{ Ом}.$$

Теперь можно сложить параллельно соединенные сопротивления  $\underline{Z}_2, \underline{Z}_3$ :

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{20e^{-j45^\circ} \cdot 40e^{j45^\circ}}{20 - j20 + 40 + j40} = \frac{800}{60 + j20} = \frac{800}{63,24e^{j18,5^\circ}} = 12,65e^{-j18,5^\circ}.$$

Сопротивления  $\underline{Z}_{23}$  и  $\underline{Z}_1$  соединены последовательно:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = 12 + 12 - 4j = 24 - 4j = 24,33 \cdot e^{-j9,5^\circ}, \text{ Ом}$$

**Пример 2.9.** В схеме 2.2 известно  $\underline{Z}_1 = 40 - 20j, \text{ Ом}$ ,  $\underline{Z}_2 = 10 + 20j, \text{ Ом}$ ,  $\underline{Z}_3 = 50, \text{ Ом}$ ,  $\dot{U} = 282 \cdot e^{j45^\circ} \text{ В}$ . Определить токи ветвей.

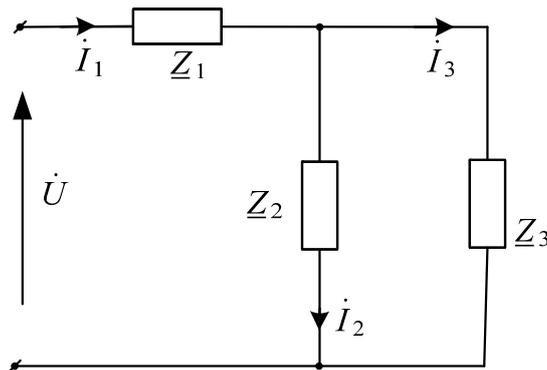


Схема 2.2

**Решение:** Определим эквивалентное сопротивление. Сопротивления  $\underline{Z}_2$  и  $\underline{Z}_3$  соединены параллельно, а  $\underline{Z}_{23}$  и  $\underline{Z}_1$  соединены последовательно:

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{50 \cdot (10 + j20)}{50 + 10 + j20} = 12,5 + 12,5j, \text{ Ом.}$$

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_1 = 12,5 + 12,5j + 40 - 20j = 52,5 - 7,5j = 53 \cdot e^{-j8^\circ}, \text{ Ом}$$

Находим входной ток  $\dot{I}_1$  по закону Ома:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{282 \cdot e^{j45^\circ}}{53 \cdot e^{-j8^\circ}} = 5,32 \cdot e^{j53^\circ} = 3,2 + 4,25j, \text{ А.}$$

Ток  $\dot{I}_2$  определим по правилу разброса (правилу параллельных ветвей):

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_2} = \frac{5,32 \cdot e^{j53^\circ} \cdot 50}{50 + 10 + 20j} = 5,32 \cdot e^{j53^\circ} = 3,46 + 2,39j = 4,2 \cdot e^{j35^\circ}, \text{ А}$$

Ток  $\dot{I}_3$  определим по I закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 3,2 + 4,25j - (3,46 + 2,39j) = -0,26 + 1,86j = 1,88 \cdot e^{j98^\circ}, \text{ А.}$$

## 2.4. Резонанс

**Резонанс** – это такой режим работы электрической цепи, включающей индуктивные и емкостные элементы, при котором входной ток совпадает по фазе с входным напряжением.

Различают резонанс напряжений и резонанс токов.

**Резонанс напряжений** наблюдается в цепях при последовательном включении емкостных и индуктивных элементов (рис. 2.6).

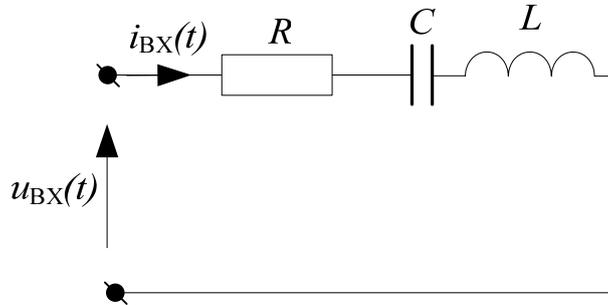


Рис. 2.6. Схема для резонанса напряжений

Пусть ток и напряжение задаются гармоническими источниками, т.е.

$$u_{\text{вх}}(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha), \quad i_{\text{вх}}(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \beta).$$

**Комплексная схема замещения** – это схема замещения, на которой указаны комплексные амплитуды (комплексы действующих значений) источников энергии и комплексные сопротивления приемников. На рис. 2.7 представлена комплексная схема замещения схемы рис. 2.6.

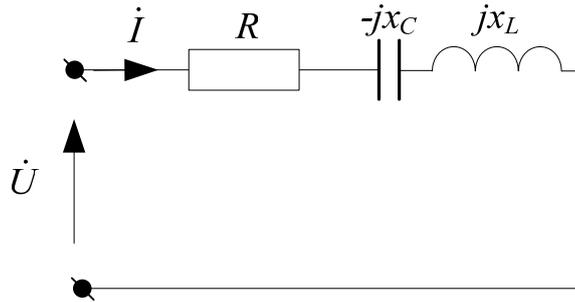


Рис. 2.7. Комплексная схема замещения для резонанса напряжений

Комплексы входного напряжения и тока  $\dot{U}_{\text{вх}} = U \cdot e^{j\alpha}$ ,  $\dot{I}_{\text{вх}} = I \cdot e^{j\beta}$ , входное сопротивление цепи (рис. 2.7)

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_{\text{вх}}}{\dot{I}_{\text{вх}}} = \frac{U \cdot e^{j\alpha}}{I \cdot e^{j\beta}} = \frac{U}{I} e^{j\alpha - j\beta} = Z \cdot e^{j\varphi}.$$

Здесь  $Z = \frac{U}{I}$  – модуль входного сопротивления,  $\varphi = (\alpha - \beta)$  – фазовый сдвиг. По определению в режиме резонанса  $\varphi = 0$ , откуда получаем  $\underline{Z}_{\text{вх}} = Z \cdot e^{j0^\circ} = Z$  и  $\text{Re}(\underline{Z}_{\text{вх}}) = Z$ ,  $\text{Im}(\underline{Z}_{\text{вх}}) = 0$ .

Входное комплексное сопротивление цепи является чисто активным. Уравнение  $\text{Im}(\underline{Z}_{\text{вх}}) = 0$  выражает **условие резонанса напряжений**.

Определим входное сопротивление как последовательное соединение резистивного, индуктивного и емкостного элементов (рис.2.7)

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = R + jx_L - jx_C = R + j(x_L - x_C).$$

Используя условие резонанса напряжений:  $\text{Im}(\underline{Z}_{\text{вх}}) = 0$  получаем, что  $x_L = x_C$ , или  $\omega_p L = 1/\omega_p C$ . Отсюда **резонансная частота** определяется как  $\omega_p = \sqrt{\frac{1}{C \cdot L}}$ . Векторная диаграмма при  $\omega = \omega_p$  показана на рис.

2.8.

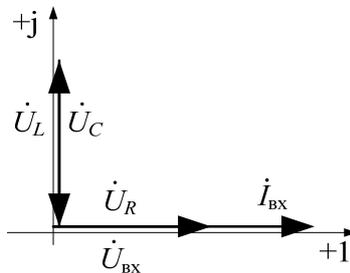


Рис. 2.8. Векторная диаграмма для резонанса напряжений

**Резонанс токов** возникает в цепях при параллельном соединении емкостных и индуктивных элементов, например, в цепи, представленной на рис. 2.9.

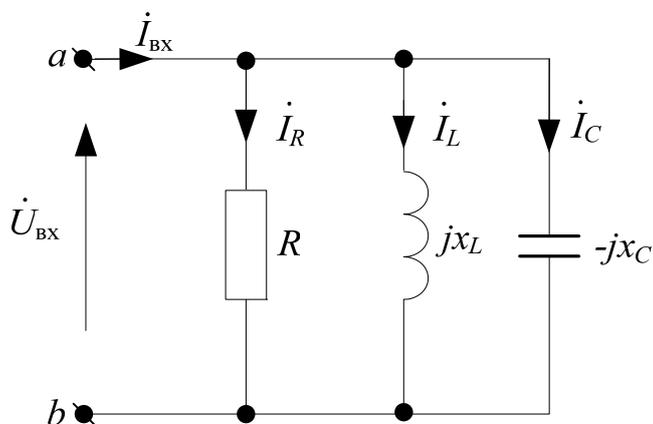


Рис. 2.9. Комплексная схема замещения для резонанса токов

Токи в ветвях находятся по закону Ома:

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_{\text{вх}}}{\underline{Z}_1} = \frac{\dot{U}_{\text{вх}}}{R} = \dot{U} \cdot \underline{Y}_1, \quad \dot{I}_L = \frac{\dot{U}_{\text{вх}}}{\underline{Z}_2} = \frac{\dot{U}_{\text{вх}}}{jX_L} = \dot{U} \cdot \underline{Y}_2, \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_{\text{вх}}}{\underline{Z}_3} = \frac{\dot{U}_{\text{вх}}}{-jX_C} = \dot{U} \cdot \underline{Y}_3,$$

где  $\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1}$ ,  $\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2}$ ,  $\underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3}$  – эквивалентные комплексные проводимости ветвей.

Входной ток цепи определяется по I закону Кирхгофа:

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C$$

Общее определение резонанса не изменяется, т.е. входной ток должен совпадать по фазе с входным напряжением.

Определим комплекс входной проводимости цепи:

$$\underline{Y}_{\text{вх}} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C} = g + jb_L - jb_C = g + j(b_L - b_C),$$

здесь  $g$  – активная проводимость цепи,  $(b_L - b_C)$  – реактивная проводимость цепи.

**Условием резонанса токов** в этом случае будет равенство нулю мнимой части полученного выражения, т.е.  $b_L - b_C = 0$  или  $b_L = b_C$  либо

$\frac{1}{\omega \cdot L} = \omega \cdot C$ . При этом резонансная частота определяется по формуле:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{C \cdot L}}.$$

Таким образом, резонанс токов возможно получить изменением частоты, емкости или индуктивности, также как и резонанс напряжений.

Так как реактивная проводимость в режиме резонанса токов равна нулю, то входная проводимость цепи  $Y_{\text{вх}} = 1/R$  будет минимальна, следовательно, **входной ток будет минимальным**. Векторная диаграмма для рассматриваемого контура при  $\omega = \omega_p$  представлена на рис. 2.10.

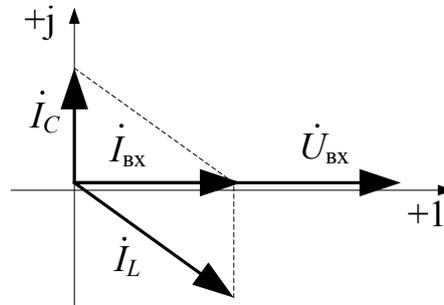


Рис. 2.10. Векторная диаграмма для резонанса токов

## 2.5. Мощность однофазной цепи

Если зажимы пассивного двухполюсника (рис.2.11) подключить к источнику переменного напряжения и тока

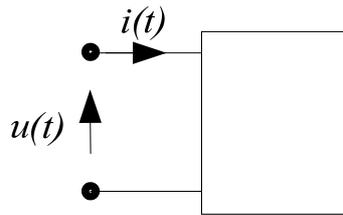


Рис.2.11. Изображение пассивного двухполюсника

Пусть  $u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t + \alpha)$ ,  $i(t) = \sqrt{2} \cdot I \sin(\omega t + \beta)$ , то мгновенное значение мощности

$$p = u \cdot i = 2 \cdot U \cdot I \cdot \sin(\omega t + \alpha) \cdot \sin(\omega t + \beta) = P - S \cdot \cos(2\omega t + \alpha + \beta).$$

Мощность колеблется с угловой частотой  $2\omega$  в пределах от 0 до  $2U \cdot I$ .

**Активная мощность** и обозначается буквой  $P$ :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = U \cdot I \cdot \cos \varphi = I^2 \cdot R, \text{ Вт.}$$

**Реактивная мощность**  $Q$  равна максимальной скорости поступления энергии в магнитное поле:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = I^2 \cdot x, \text{ Вар.}$$

**Полная мощность**  $S$  – это произведение действующих значений напряжения  $U$  и тока  $I$ :

$$S = U \cdot I = I^2 \cdot Z, \text{ ВА.}$$

Отношение активной мощности к полной называют **коэффициентом мощности**  $\cos \varphi = \frac{P}{S} \leq 1$ , т.е.  $S \geq P$ .

**Пример 2.10.** Для комплексных изображений  $\dot{I} = Ie^{j\beta}$ ,  $\dot{U} = Ue^{j\alpha}$ ,  $\underline{Z} = Ze^{j\varphi} = R + jx$  определить активную  $P$ , реактивную  $Q$  и полную мощности  $S$ .

Тогда комплекс полной мощности цепи запишется в виде:

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = (\underline{Z} \cdot \dot{I}) \cdot \dot{I}^* = \underline{Z} \cdot I^2 = I^2 R + jI^2 \cdot x = P + jQ, \text{ ВА,}$$

где  $\dot{I}^* = Ie^{-j\beta}$  – сопряженный комплекс тока.

Для мощностей можно построить треугольник мощностей рис. 2.12.

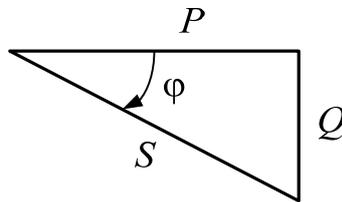


Рис. 2.12. Вид треугольника мощностей

Из него следуют соотношения:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}, P = S \cdot \cos \varphi, Q = S \cdot \sin \varphi.$$

Для цепи синусоидального тока, так же как и для цепи постоянного тока, можно составить **баланс мощностей**: сумма всех активных мощностей приемников равна сумме активных мощностей источников:

$$P_B = \sum P_{\Pi} = \sum_{k=1}^n I_k^2 R_k,$$

аналогично и для реактивных мощностей:

$$Q_B = \sum Q_{\Pi} = \sum_{k=1}^n I_k^2 \cdot x_k.$$

Если в схеме имеется несколько источников ЭДС и источников тока, то вырабатываемая полная мощность определяется в виде

$$\dot{S}_B = \sum_n \dot{E}_n \dot{I}_n^* + \sum_m \dot{U}_{Jm} \dot{J}_m^* = P_B + jQ_B.$$

Относительная погрешность расчетов:

$$\delta_P = \frac{|P_B - P_{\Pi}|}{P_{\Pi}} \cdot 100\% \leq 3\%, \quad \delta_Q = \frac{|Q_B - Q_{\Pi}|}{Q_{\Pi}} \cdot 100\% \leq 3\%.$$

**Пример 2.11.** Для схемы 2.3 определить полную, активную и реактивную мощности, если  $u(t) = 282 \sin(\omega t + 20^\circ)$  В,  $R = 8$  Ом,  $x_L = 6$  Ом.

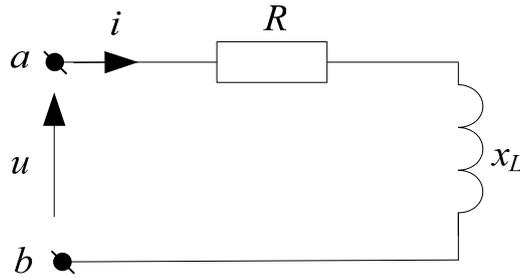


Схема 2.3

Расчет ведем в комплексной форме  $\dot{U} = \frac{282}{\sqrt{2}} e^{j20^\circ} \text{ В}$ . Определим комплекс входного сопротивления цепи:

$$\underline{Z} = R + jx_L = 8 + j6 = 10e^{j36,87^\circ} \text{ Ом}.$$

Комплекс действующего значения тока найдем по закону Ома:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{200e^{j20^\circ}}{10e^{j36,87^\circ}} = 20e^{-j16,87^\circ} \text{ А}.$$

Активная мощность:  $P = I^2 \cdot R = 20^2 \cdot 8 = 3200 \text{ Вт}$ .

Реактивная мощность:  $Q = I^2 \cdot x_L = 20^2 \cdot 6 = 2400 \text{ Вар}$ .

Тогда полная мощность:  $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3200^2 + 2400^2} = 4000 \text{ ВА}$ .

Проверка:

$$\varphi = \alpha - \beta = 20 - (-16,87^\circ) = 36,87^\circ,$$

$$P = S \cdot \cos \varphi = 4000 \cdot \cos 36,87^\circ = 3200 \text{ Вт},$$

$$Q = S \cdot \sin \varphi = 4000 \cdot \sin 36,87^\circ = 2400 \text{ Вар}.$$

**Пример 2.12.** Для схемы 2.2 рассчитать баланс мощностей, данные взять из примера 2.9.

**Решение:** Проверим баланс мощности.

Потребляемая мощность:

$$\dot{S} = I_1^2 \cdot \underline{Z}_1 + I_2^2 \cdot \underline{Z}_2 + I_3^2 \cdot \underline{Z}_3$$

$$\dot{S} = 5,32^2 \cdot (40 - 20j) + 4,2^2 \cdot (10 + 20j) + 1,88^2 \cdot 50 = 1485 - 213,25j, \text{ ВА},$$

где  $P_{\text{пот}} = 1485, \text{ Вт}$  – активная потребляемая мощность,  
 $Q_{\text{пот}} = 213,25, \text{ Вар}$  – реактивная потребляемая мощность.

Вырабатываемая мощность:

$$\dot{S}_{\text{выр}} = \dot{U} \cdot \underline{I}_1^* = (200 + 200j) \cdot (3,2 - 4,25j) = 1490 - 210j, \text{ ВА},$$

где  $\dot{U}$  – входное напряжение;  $\dot{I}_1^*$  – сопряженное значение тока.  $P_{\text{выр}} = 1490$ , Вт – активная вырабатываемая мощность;  $Q_{\text{выр}} = 210$ , Вар – реактивная вырабатываемая мощность.

Погрешность вычисления не должна превышать 3%, рассчитаем погрешность:

$$\delta_P \% = \frac{|P_{\text{выр}} - P_{\text{пот}}|}{P_{\text{выр}}} \cdot 100\% = \frac{|1490 - 1485|}{1490} \cdot 100\% = 0,34\% \leq 3\%,$$

$$\delta_Q \% = \frac{|Q_{\text{выр}} - Q_{\text{пот}}|}{Q_{\text{выр}}} \cdot 100\% = \frac{|210 - 213,25|}{210} \cdot 100\% = 1,54\% \leq 3\%.$$

## 2.6. Задачи для самостоятельно решения

**Задача 2.1.** Определить мгновенное значение входного напряжения, если известны: угловая частота  $10^4$  рад/с, емкость конденсатора  $C = 20$  мкФ и сопротивление приемника  $R = 5$  Ом, схема 2.4 подключена к переменному току  $i(t) = 4 \sin(\omega t + 135^\circ)$ , А.

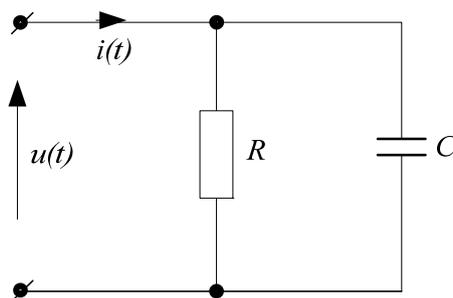


Схема 2.4

**Задача 2.2.** Записать действующее значение напряжения и тока в комплексной форме, если мгновенное значение описывается выражением  $u = 100 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$ , В,  $i = 3 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ , А. Построить векторы  $\dot{U}$  и тока  $\dot{I}$ . Найти сдвиг фаз между напряжением и током.

**Задача 2.3.** К приемнику с сопротивлением  $Z$  на схеме 2.5 приложено напряжение  $u = 200 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$ , В. Ток в этой цепи изменяется по закону:  $i = 4 \sin(\omega t)$ , А. Определить полное сопротивление синусоидальной цепи. Чему равны активная, реактивная и полная мощности?

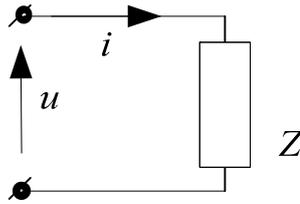


Схема 2.5

**Задача 2.4.** Дана схема 2.6 переменного тока с частотой 50 Гц. Приборы измерения показывают следующие данные:  $U = 90\text{В}$ ,  $I = 2\text{А}$ ,  $P = 127\text{Вт}$ . Определить активное сопротивление и индуктивность катушки.

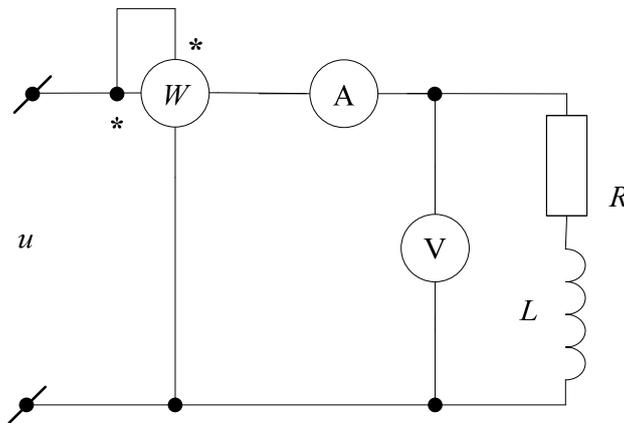


Схема 2.6

**Задача 2.5.** Конденсатор емкостью  $C$  и катушка с параметрами  $R = 10\text{ Ом}$  и  $L = 0,032\text{ Гн}$  включены последовательно к источнику синусоидального напряжения, действующее значение которого  $U = 100\text{ В}$ , при частоте 50 Гц. Определить емкость конденсатора, при которой в цепи возникнет резонанс напряжений и величину тока  $I$ .

### 2.7. Индивидуальное задание № 2 для самостоятельной работы «Расчет однофазной цепи переменного тока»

1. Согласно выбранному в таблице 2.1 варианту рассчитать комплексные сопротивления элементов (круговая частота  $\omega = 314\text{ рад/с}$ ) цепи.
2. Согласно полученным сопротивлениям начертить комплексную расчетную схему, используя общую схему, представленную на рис. 2.13.
3. Выбрать любой метод расчета и определить в комплексной форме токи и напряжения во всех ветвях.

4. Проверить результаты расчета, рассчитав баланс мощности цепи.
5. Определить показание ваттметра.
6. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений, соответствующую рассчитанной схеме (построение диаграмм следует выполнить в одних осях).

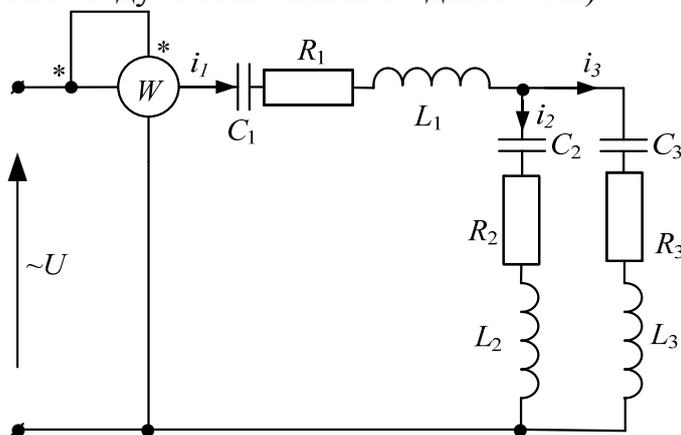


Рис.2.13. Общая схема задания

Таблица 2.1

Исходные данные параметров схемы

№		$R_1,$ Ом	$R_2,$ Ом	$R_3,$ Ом	$L_1,$ мГн	$L_2,$ мГн	$L_3,$ мГн	$C_1,$ мкФ	$C_2,$ мкФ	$C_3,$ мкФ
1	$\dot{U} = 70,7 \cdot e^{j45^\circ}, \text{ В}$	13	0	0	0	32	0	$\infty$	$\infty$	64
2	$\dot{I}_2 = 2,1 \cdot e^{-j92^\circ}, \text{ А}$	20	51	24	32	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3	$\dot{U} = 80 \cdot e^{j60^\circ}, \text{ В}$	0	25	50	175	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4	$\dot{U} = 25 \cdot e^{j35^\circ}, \text{ В}$	0	25	60	48	0	0	106	$\infty$	$\infty$
5	$\dot{U} = 282 \cdot e^{-j45^\circ}, \text{ В}$	0	47	23	0	0	0	64	$\infty$	$\infty$
6	$\dot{I}_3 = 1 \cdot e^{-j62^\circ}, \text{ А}$	50	55	100	0	0	0	70	$\infty$	$\infty$
7	$\dot{I}_2 = 10 \cdot e^{j80^\circ}, \text{ А}$	61	0	0	0	0	64	$\infty$	106	$\infty$
8	$\dot{I}_2 = 9 \cdot e^{j90^\circ}, \text{ А}$	0	25	50	0	0	207	$\infty$	$\infty$	$\infty$
9	$\dot{I}_3 = 4 \cdot e^{-j30^\circ}, \text{ А}$	0	72	3	83	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
10	$\dot{U} = 100 \cdot e^{j60^\circ}, \text{ В}$	7	0	0	0	0	0	$\infty$	318,5	159,2
11	$\dot{U} = 200 \cdot e^{j0^\circ}, \text{ В}$	0	0	52	0	120	0	91	$\infty$	$\infty$
12	$\dot{I}_2 = 3 \cdot e^{-j45^\circ}, \text{ А}$	0	0	25	0	24	0	$\infty$	132	$\infty$
13	$\dot{U} = 59 \cdot e^{j73^\circ}, \text{ В}$	8	0	0	0	32	128	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Окончание таб. 2.1

№		$R_1,$ Ом	$R_2,$ Ом	$R_3,$ Ом	$L_1,$ мГн	$L_2,$ мГн	$L_3,$ мГн	$C_1,$ мкФ	$C_2,$ мкФ	$C_3,$ мкФ
14	$\dot{U} = 100 \cdot e^{j0^\circ}, \text{В}$	0	0	44	0	0	0	32	159	$\infty$
15	$\dot{U} = 87 \cdot e^{-j25^\circ}, \text{В}$	0	44	0	41	0	121	$\infty$	$\infty$	$\infty$
16	$\dot{U} = 60 \cdot e^{-j30^\circ}, \text{В}$	0	25	40	0	80	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
17	$\dot{I}_2 = 7 \cdot e^{-j106^\circ}, \text{А}$	0	0	23	70	32	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
18	$\dot{U} = 125 \cdot e^{j30^\circ}, \text{В}$	0	40	100	0	0	0	$\infty$	80	$\infty$
19	$\dot{I}_2 = 4 \cdot e^{j35^\circ}, \text{А}$	4	0	0	0	48	16	$\infty$	$\infty$	$\infty$
20	$\dot{I}_2 = 3 \cdot e^{-j45^\circ}, \text{А}$	0	25	40	0	0	0	$\infty$	$\infty$	80
21	$\dot{U} = 120 \cdot e^{j0^\circ}, \text{В}$	0	28	0	137	0	0	$\infty$	$\infty$	177
22	$\dot{U} = 120 \cdot e^{j60^\circ}, \text{В}$	0	70	0	0	0	80	$\infty$	$\infty$	80
23	$\dot{I}_2 = 2 \cdot e^{-j22^\circ}, \text{А}$	0	30	0	0	0	223	48	$\infty$	$\infty$
24	$\dot{I}_3 = 6 \cdot e^{j130^\circ}, \text{А}$	0	0	0	76	0	191	$\infty$	90	$\infty$
25	$\dot{I}_3 = 1 \cdot e^{j100^\circ}, \text{А}$	0	15	0	0	0	0	57	$\infty$	100
26	$\dot{U} = 60 \cdot e^{j45^\circ}, \text{В}$	15	0	0	0	40	0	$\infty$	$\infty$	64
27	$\dot{I}_3 = 5 \cdot e^{-j87^\circ}, \text{А}$	0	0	23	70	32	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
28	$\dot{I}_3 = 5 \cdot e^{j45^\circ}, \text{А}$	0	35	40	0	0	80	$\infty$	$\infty$	$\infty$
29	$\dot{U} = 40 \cdot e^{j35^\circ}, \text{В}$	7	0	0	0	32	64	$\infty$	$\infty$	$\infty$
30	$\dot{I}_2 = 3 \cdot e^{j22^\circ}, \text{А}$	15	0	0	0	0	0	$\infty$	318,5	159,2

**Примечание:** объем задания уточняет лектор.

## 3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

### 3.1. Общие сведения

**Многофазной системой** называется совокупность цепей, включающих источники ЭДС, работающие на одинаковой частоте, фазы которых смещены на одинаковый угол.

Каждую из цепей, образующих систему, называют фазой. Частный случай многофазной цепи – это **трехфазная цепь**. Число источников в трехфазной цепи равно трем.

Многофазная цепь является симметричной по питанию, если источники ЭДС имеют одинаковые действующие значения напряжений.

По сравнению с обычными электрическими цепями, трехфазные цепи имеют ряд преимуществ.

1. Экономичность. Ниже мы покажем, что так называемые **обратные провода** цепи можно объединить в один провод, за счет этого сокращается количество проводников.

2. Возможность получения вращающегося магнитного поля. С использованием этого свойства строятся асинхронные электрические двигатели.

Для получения трехфазного напряжения в постоянное магнитное поле помещают три катушки индуктивности (обмотки **генератора**), оси которых расположены под углом  $120^{\circ}$  относительно друг друга. Под воздействием приложенной механической энергии катушки (они называются **ротором** генератора) вращаются. Изменяется магнитный поток, связанный с витками катушек, и, согласно закону электромагнитной индукции, на зажимах катушек появляется напряжение. Постоянное магнитное поле образуют магниты, они называются **статором**. Отметим, что в реальных генераторах вращающейся частью является магнит, за счет этого проще снимать напряжение с обмоток.

Расположение катушек с относительным углом  $120^{\circ}$  обеспечивает одинаковый фазовый сдвиг напряжения источников, который также равен  $120^{\circ}$ . Изменение напряжения в фазах определяется выражениями:

$$e_A(t) = E_m \sin(\omega t + 0) \text{ – источник ЭДС в фазе «A»},$$

$$e_B(t) = E_m \sin(\omega t - 2\pi / 3) \text{ – источник ЭДС в фазе «B»},$$

$$e_C(t) = E_m \sin(\omega t + 2\pi / 3) \text{ – источник ЭДС в фазе «C»}.$$

Графики изменения фазного напряжения образуют так называемую **волновую диаграмму**, которая приведена на рис. 3.1.

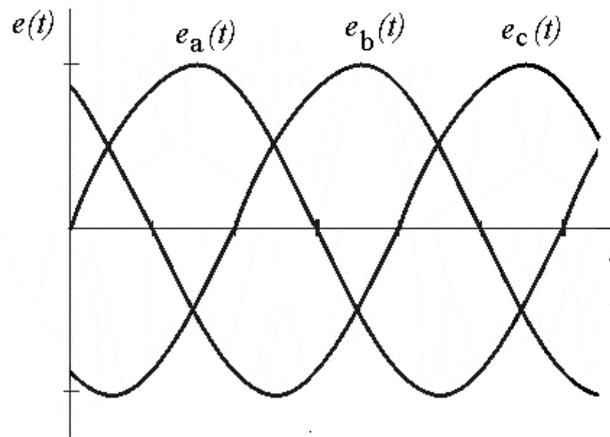


Рис. 3.1. Волновая диаграмма трехфазной цепи

Очередность, в которой фазные напряжения достигают максимальных значений, называется **порядком чередования фаз**. В рассматриваемой системе порядок чередования *ABC*. Это прямой порядок чередования. Обратный порядок – *ACB*.

Комплексные амплитуды фазных ЭДС могут быть записаны как:

$$\underline{E}_A = E_m \exp(0) = E ,$$

$$\underline{E}_B = E_m \exp j(-2\pi / 3) ,$$

$$\underline{E}_C = E_m \exp j(2\pi / 3) .$$

Используя эти уравнения, можем построить векторную диаграмму напряжений источников питания имеющих одинаковые амплитуды (рис. 3.2).

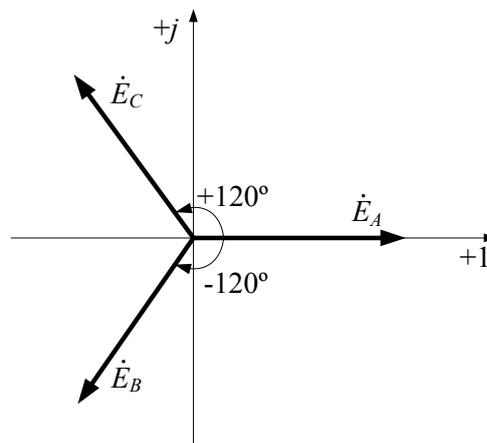


Рис. 3.2. Изображение ЭДС источников трехфазной цепи на комплексной плоскости

На диаграмме виден порядок чередования фаз и относительный сдвиг фазных ЭДС. Также можем видеть, что комплексная амплитуда любого из источников может быть получена при повороте на угол  $\pm 120^\circ$

амплитуды любого другого источника. Выполнение поворота соответствует умножению комплексной амплитуды на **фазный оператор**  $a$ , определяемый следующими формулами:

$$a = \exp j(120^\circ),$$

$$a^2 = \exp j(240^\circ) = \exp j(-120^\circ),$$

$$a^3 = \exp j(360^\circ) = \exp j(0^\circ) = 1.$$

С использованием фазного оператора значения комплексных амплитуд записываются как:

$$\dot{E}_A = E,$$

$$\dot{E}_B = \dot{E}_A \cdot a^2 = E \cdot a^2,$$

$$\dot{E}_C = \dot{E}_A \cdot a = E \cdot a.$$

Отметим, что векторная сумма фазных ЭДС равна нулю

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = E \cdot (1 + a^2 + a) = E \cdot 0 = 0.$$

Это свойство будет использовано в дальнейшем.

Вспомним, что трехфазная цепь образуется вращением в магнитном поле трех катушек индуктивности. Учитывая это, изобразим электрическую схему цепи (рис. 3.3).

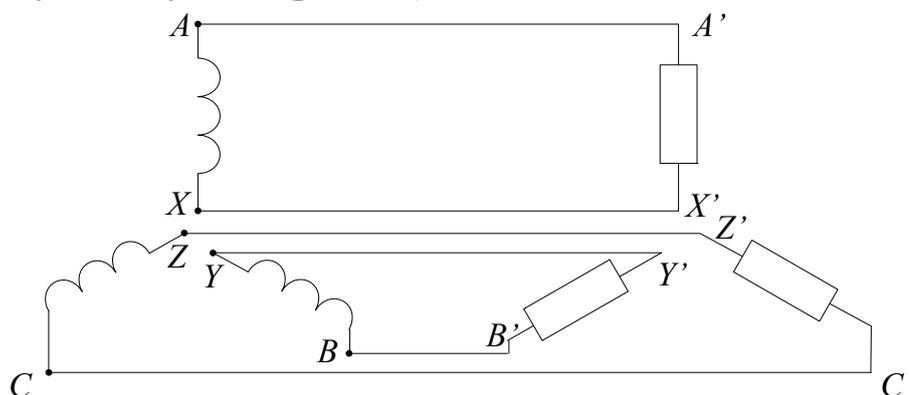


Рис. 3.3. Электрическая схема трехфазной цепи

На рисунке введены следующие обозначения:

$A, B, C$  – «начала» фаз питания,

$X, Y, Z$  – «концы» фаз питания,

$A', B', C'$  – «начала» фаз нагрузки,

$X', Y', Z'$  – «концы» фаз нагрузки.

$A-A', B-B', C-C'$  – прямые (линейные) провода, т.е. провода, ведущие от источника к потребителю,

$X-X', Y-Y', Z-Z'$  – обратные провода. Это провода, ведущие от потребителя к источнику.

Обычно, обратные провода соединяют в один провод, за счет этого достигается экономия проводников. Полученный в результате соединения проводник называют **нулевым проводом**.

Комплексная схема замещения трехфазной цепи показана на рис. 3.4, но это, конечно, частный случай. Цепи, встречающиеся в задачах электротехники и на практике, могут иметь более сложную конфигурацию.

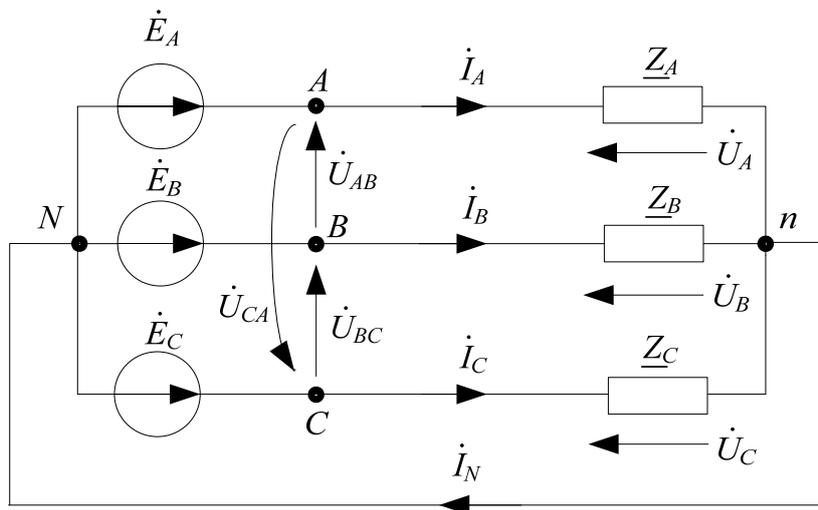


Рис. 3.4. Комплексная схема замещения трехфазной цепи

На схеме указаны линейные токи  $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ . Это токи, протекающие в линейных проводах. При данной конфигурации цепи эти же токи протекают в фазах нагрузки. Для выбранной цепи линейные токи равны фазным токам.  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$  – фазные напряжения,  $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$  – линейные напряжения,  $\dot{I}_N$  – ток нулевого провода.

### 3.2. Симметричная трехфазная цепь

Симметричной называется трехфазная цепь, у которой сопротивления фаз нагрузки являются одинаковыми:  $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}$ . Из закона Ома следует, что в этом случае линейные токи равны между собой по модулю  $|\dot{I}_A| = |\dot{I}_B| = |\dot{I}_C| = I$ .

Используя I закон Кирхгофа определим ток нулевого провода:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}} + \frac{\dot{E}_B}{\underline{Z}} + \frac{\dot{E}_C}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}} (\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C) = 0.$$

Здесь использовано приведенное выше соотношение  $(\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C) = 0$ . Равенство нулю тока  $\underline{I}_N$  означает, что при выполне-

нии расчетов в симметричной трехфазной цепи нулевой провод можно добавлять или убирать в случаях, когда это необходимо.

Из II закона Кирхгофа, записанного для симметричной цепи, следует что  $\dot{U}_A = \dot{E}_A$ ,  $\dot{U}_B = \dot{E}_B$ ,  $\dot{U}_C = \dot{E}_C$ . Эти равенства легко можно получить при наличии нулевого провода.

Определим теперь линейные напряжения цепи:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{E}_B - \dot{E}_A = E(\exp(-j120^\circ) - 1) = \sqrt{3}E \exp(j30^\circ) \text{ В},$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{AB} \cdot a^2 = \sqrt{3}E \exp(j30^\circ) \exp(-j120^\circ) = \sqrt{3}E \exp(-j90^\circ) \text{ В},$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{AB} \cdot a = \sqrt{3}E \exp(j30^\circ) \exp(j120^\circ) = \sqrt{3}E \exp(j150^\circ) \text{ В}.$$

Из полученных уравнений вытекает известная и широко используемая связь между линейными и фазными напряжениями для симметричной цепи:

$$U_{\text{линейное}} = \sqrt{3}U_{\text{фазное}} \text{ или } U_{\text{фазное}} = \frac{U_{\text{линейное}}}{\sqrt{3}}.$$

Ниже приведена векторная диаграмма для цепи, помещенной на рис. 3.5.

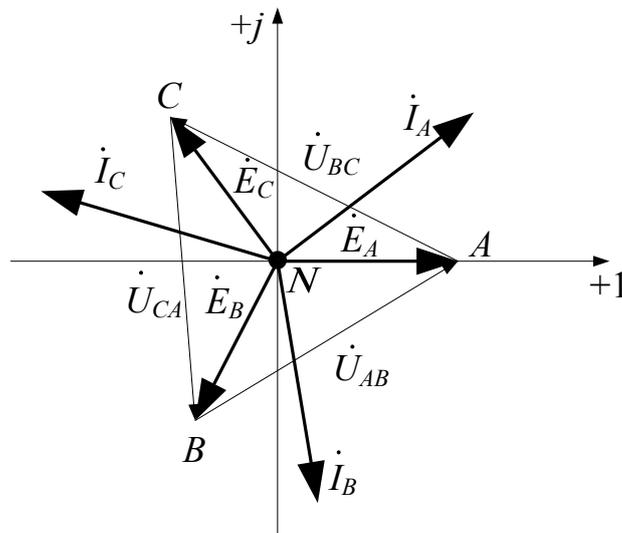


Рис. 3.5. Векторная диаграмма симметричной трехфазной цепи

**Пример 3.1.** Дана цепь, приведенная на рис. 3.6, где известны значения фазных ЭДС  $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$  и величины сопротивлений нагрузки  $Z_1, Z_2, Z_3$ . Определить токи всех ветвей для данной схемы.

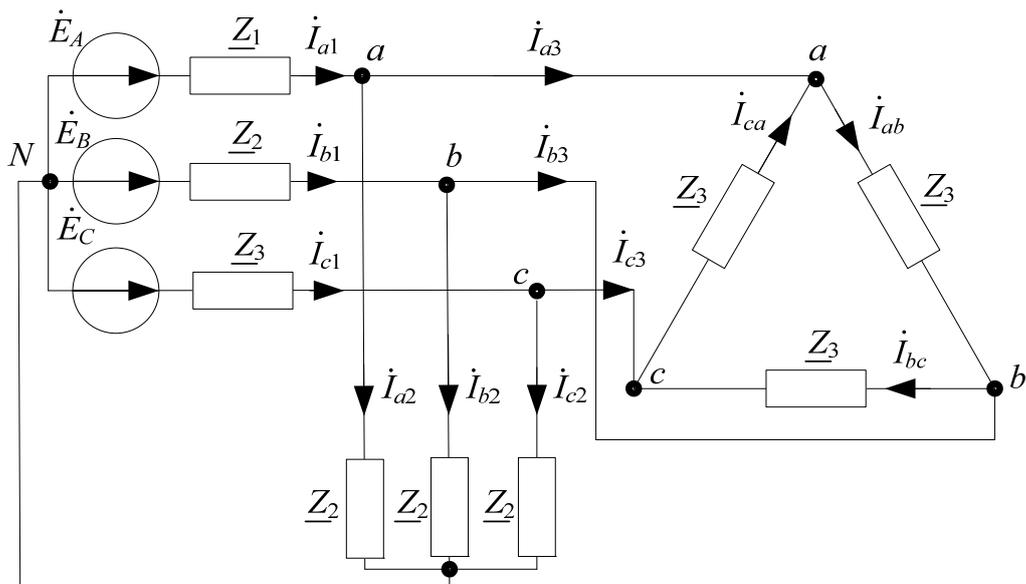
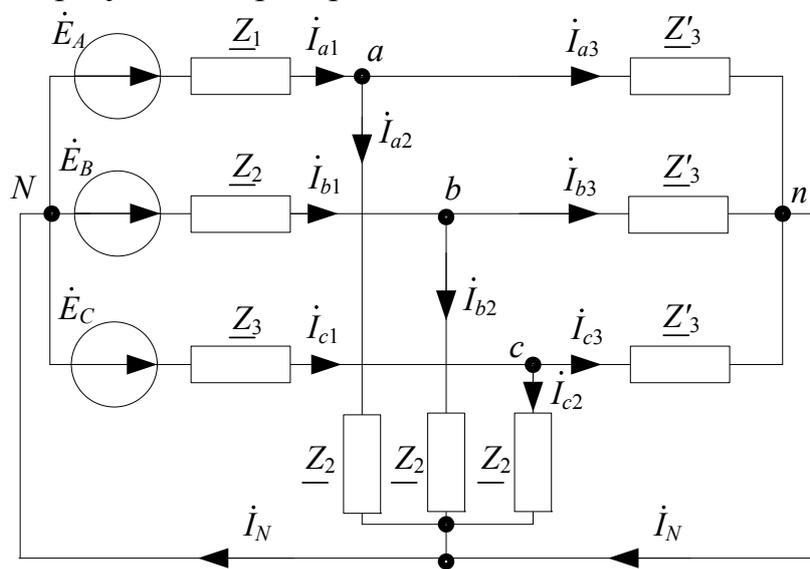
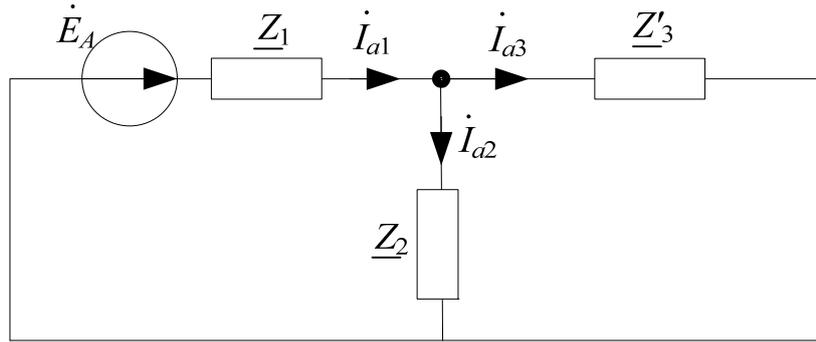


Рис. 3.6. Исходная трехфазная цепь

**Решение:** Сопротивления нагрузки цепи соединены «треугольником». Преобразуем их в «звезду»:  $\underline{Z}'_3 = \frac{\underline{Z}_3 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3} = \frac{\underline{Z}_3}{3}$ . Вводим нулевой провод, это возможно выполнить, потому что цепь симметричная. Полученная в результате преобразований схема показана ниже.



Произвольно выбираем одну из фаз и выполняем для нее расчет токов на основе законов Ома и Кирхгофа.



Токи в выбранной фазе находятся следующим образом:

$$\dot{i}_{A1} = \frac{\dot{E}_A}{Z_{\text{экв}}}, \quad Z_{\text{экв}} = Z_1 + \frac{Z'_3 Z_2}{Z'_3 + Z_2}, \quad \dot{i}_{A2} = \dot{i}_{A1} \frac{Z'_3}{Z'_3 + Z_2}, \quad \dot{i}_{A3} = \dot{i}_{A1} \frac{Z_2}{Z'_3 + Z_2}.$$

Токи в остальных фазах определяются умножением найденных величин на оператор  $a$ .

$$\begin{aligned} \dot{i}_{B1} &= \dot{i}_{A1} a^2; & \dot{i}_{C1} &= \dot{i}_{A1} a; \\ \dot{i}_{B2} &= \dot{i}_{A2} a^2; & \dot{i}_{C2} &= \dot{i}_{A2} a; \\ \dot{i}_{B3} &= \dot{i}_{A3} a^2; & \dot{i}_{C3} &= \dot{i}_{A3} a. \end{aligned}$$

Для определения токов треугольника находим линейные напряжения

$$\dot{U}_{AB} = \dot{i}_{A3} Z'_3 - \dot{i}_{B3} Z'_3, \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{AB} a^2, \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{AB} a.$$

Теперь токи треугольника могут быть вычислены на основе закона Ома

$$\dot{i}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_3}, \quad \dot{i}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_3}, \quad \dot{i}_{CB} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_3}.$$

**Пример 3.2.** Дана симметричная цепь (рис. 3.7), где известны значения фазных ЭДС  $e_A(t) = 100 \sin(\omega t)$ , В,  $e_B(t) = 100 \sin(\omega t - 120^\circ)$ , В,  $e_C(t) = 100 \sin(\omega t + 120^\circ)$ , В и величины сопротивлений нагрузки  $R = 72,26$  Ом,  $L = 0,01$  Гн,  $C = 5 \cdot 10^{-6}$  Ф,  $f = 340$  Гц. Рассчитать в комплексной форме токи в ветвях и напряжения на элементах цепи. Расчет рекомендуется проводить на одну фазу. Построить векторную диаграмму.

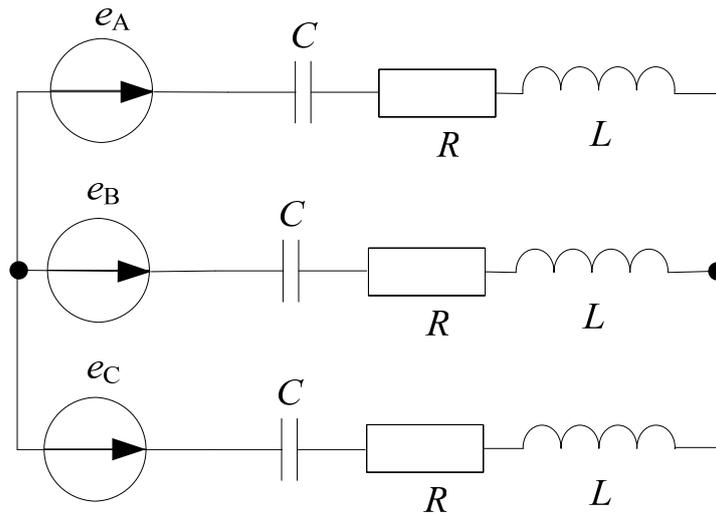
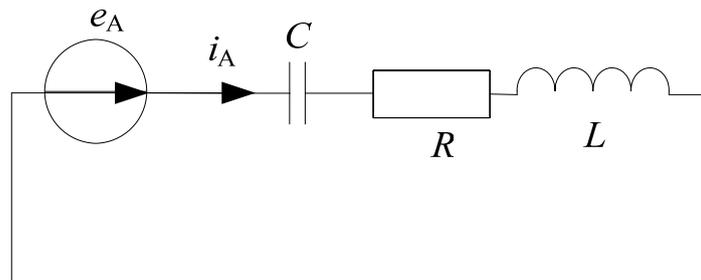


Рис. 3.7. Расчетная схема

**Решение:** Расчет симметричной части приемника будем вести на одну фазу  $A$ , для этого преобразуем схему.



Для расчета подготовим данные:

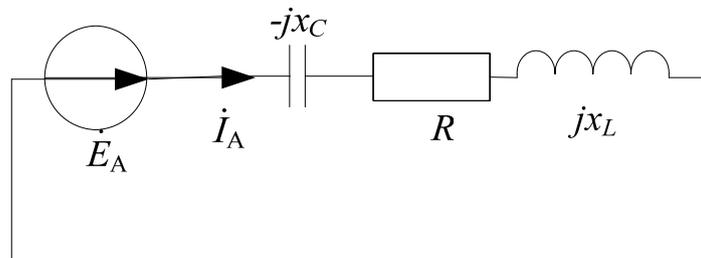
1. переведем ЭДС в показательную форму

$$\dot{E}_A = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot e^{j0^\circ} = 70,71 \text{ В},$$

2. индуктивное сопротивление  $X_L = L \cdot \omega = 0,01 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 340 = 21,36 \text{ Ом},$
3. емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 340 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 93,62 \text{ Ом}.$$

Комплексная схема замещения исходной цепи будет:



Полное комплексное сопротивление цепи

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= R + jX_L - jX_C = 72,26 + j21,36 - j93,62 = \\ &= 72,26 - j72,26 = 102e^{-j45^\circ}, \text{ Ом}\end{aligned}$$

Тогда ток  $\dot{I}_A$  в этой цепи найдем по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{70,71e^{j0}}{102e^{-j45^\circ}} = 0,7e^{j45^\circ}, \text{ А.}$$

С помощью фазового оператора определим токи в фазах  $B$  и  $C$ :

$$\begin{aligned}\dot{I}_B &= a^2 \cdot \dot{I}_A = 0,7e^{j45^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 0,7e^{-j75^\circ}, \text{ А,} \\ \dot{I}_C &= a \cdot \dot{I}_A = 0,7e^{j45^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 0,7e^{j165^\circ}, \text{ А.}\end{aligned}$$

Рассчитаем напряжения фазы  $A$  на элементах цепи:

1. напряжение на резистивном элементе

$$\dot{U}_{RA} = \dot{I}_A \cdot R = 0,7e^{j45^\circ} \cdot 72,26 = 50,58e^{j45^\circ}, \text{ В,}$$

2. напряжение на индуктивном элементе

$$\dot{U}_{LA} = \dot{I}_A \cdot jX_L = 0,7e^{j45^\circ} \cdot 21,36e^{j90^\circ} = 15e^{j135^\circ}, \text{ В,}$$

3. напряжение на емкостном элементе

$$\dot{U}_{CA} = \dot{I}_A \cdot (-jX_C) = 0,7e^{j45^\circ} \cdot 93,62e^{-j90^\circ} = 65,5e^{-j45^\circ}, \text{ В.}$$

4. напряжение фазы  $A$  на приемнике

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{RA} + \dot{U}_{LA} + \dot{U}_{CA} = 50,58e^{j45^\circ} + 15e^{j135^\circ} + 65,5e^{-j45^\circ} = 70,7e^{j0^\circ} \text{ А.}$$

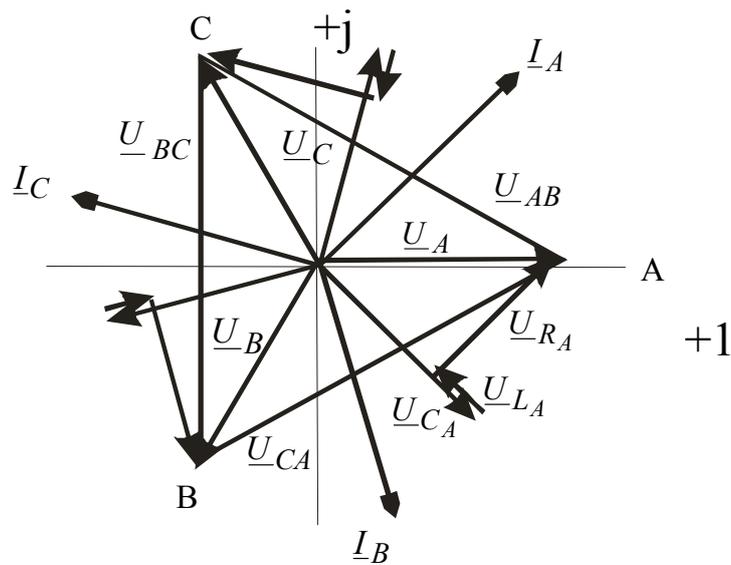
С помощью фазового оператора рассчитаем напряжения в фазе  $B$ :

$$\begin{aligned}\dot{U}_{RB} &= U_{RA} \cdot a^2 = 50,58e^{j45^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 50,58e^{-j75^\circ}, \text{ В,} \\ \dot{U}_{LB} &= U_{LA} \cdot a^2 = 15e^{j135^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 15e^{j15^\circ}, \text{ В,} \\ \dot{U}_{CB} &= U_{CA} \cdot a^2 = 65,5e^{-j45^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 65,5e^{-j165^\circ}, \text{ В.}\end{aligned}$$

С помощью фазового оператора рассчитаем напряжения в фазе  $C$ :

$$\begin{aligned}\dot{U}_{RC} &= U_{RA} \cdot a = 50,58e^{j45^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 50,58e^{j165^\circ}, \text{ В,} \\ \dot{U}_{LC} &= U_{LA} \cdot a = 15e^{j135^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 15e^{j255^\circ}, \text{ В,} \\ \dot{U}_{CC} &= U_{CA} \cdot a = 65,5e^{-j45^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 65,5e^{j75^\circ}, \text{ В.}\end{aligned}$$

Векторная диаграмма для симметричного режима будет следующей:



**Пример 3.3.** Дана симметричная цепь (рис. 3.7), где известны значения фазного ЭДС  $\dot{E}_A = \frac{100}{\sqrt{2}} \cdot e^{j0^\circ} = 70,71 \text{ В}$  и фазного тока  $\dot{I}_A = 0,7e^{j45^\circ}$ , А, фазного напряжения на резистивном элементе  $\dot{U}_{RA} = 50,58e^{j45^\circ}$  В на индуктивном элементе  $\dot{U}_{LA} = 15e^{j135^\circ}$  В на емкостном элементе  $\dot{U}_{CA} = 65,5e^{-j45^\circ}$  В.

Определить активную и реактивную вырабатываемую мощности источников ЭДС и сравнить их с суммой активных и реактивных мощностей пассивных элементов цепи.

**Решение:** Активная потребляемая мощность

$$P_{II} = 3 \cdot P_A = 3 \cdot I_A^2 \cdot R = 3 \cdot 0,7^2 \cdot 72,26 = 106,22 \text{ Вт}.$$

Проверка

$$P = 3 \cdot U_{RA} \cdot I_A \cdot \cos \varphi = 3 \cdot 50,58 \cdot 0,7 \cos(45^\circ - 45^\circ) = 3 \cdot 35,4 = 106,22 \text{ Вт}.$$

Реактивная потребляемая мощность

$$Q_{II} = 3 \cdot Q_A = 3 \cdot I_A^2 \cdot X = 3 \cdot 0,7^2 \cdot 72,26 = 106,22 \text{ ВАр}.$$

Проверка

$$P_B = \text{Re}(\dot{S}) = \text{Re}(150 \cdot e^{-45^\circ}) = 106,066 \text{ Вт},$$

$$Q = 3 \cdot U_{XA} \cdot I_A \cdot \sin \varphi = 3 \cdot 50,5 \cdot 0,7 \sin(-45^\circ - 45^\circ) = 3 \cdot (-35,4) = -106,22 \text{ ВАр}.$$

Полная мощность

$$\begin{aligned} \dot{S} &= 3 \cdot \dot{U}_A \cdot \dot{I}_A^* = 3 \cdot 70,7e^{j0} \cdot 0,7e^{-j45^\circ} = 3 \cdot 50 \cdot e^{-j45^\circ} = \\ &= 106,066 - j106,066 = 150 \cdot e^{-j45^\circ} \text{ ВА}, \end{aligned}$$

где  $P_B = \operatorname{Re}(\dot{S}) = \operatorname{Re}(150 \cdot e^{-45^\circ}) = 106,066$  Вт – активная вырабатываемая мощность,  $Q_B = \operatorname{Im}(\dot{S}) = \operatorname{Im}(150 \cdot e^{-45^\circ}) = -106,066$  ВАр – реактивная вырабатываемая мощность.

Проверка расчета полной мощности

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{106,22^2 + 106,22^2} = 150 \text{ Вт.}$$

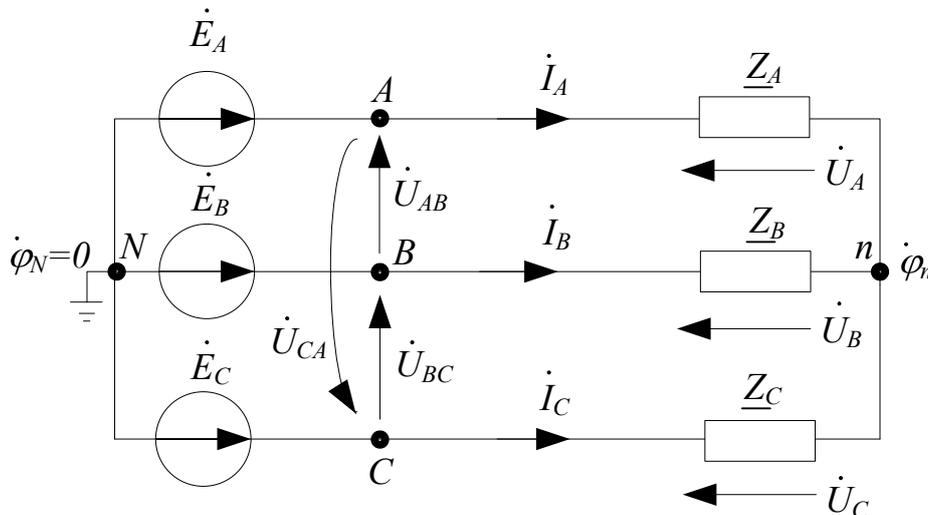
Погрешность

$$\delta\% = \frac{|P_B - P_{II}|}{P_B} \cdot 100\% = \frac{|106,066 - 106,22|}{106,066} \cdot 100\% = 0,15\% \leq 3\%;$$

$$\delta\% = \frac{|Q_B - Q_{II}|}{|Q_B|} \cdot 100\% = \frac{|106,066 - 106,22|}{106,066} \cdot 100\% = 0,15\% \leq 3\%.$$

### 3.3. Несимметричная трехфазная цепь без нулевого провода

Для несимметричной цепи сопротивления в фазах нагрузки не равны между собой:  $\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C$ . Расчет на одну фазу выполнять невозможно и для вычислений обычно используется метод узловых потенциалов. Применение метода для определения линейных токов иллюстрируется.



Потенциал точки  $N$  принимается равным нулю ( $\dot{\varphi}_N = 0$ ), для потенциала точки  $n$  составляется уравнение:

$$\dot{\varphi}_n \left( \frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C} \right) = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_A} + \frac{\dot{E}_B}{\underline{Z}_B} + \frac{\dot{E}_C}{\underline{Z}_C},$$

из которого потенциал находится как:

$$\dot{\varphi}_n = \left( \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_A} + \frac{\dot{E}_B}{\underline{Z}_B} + \frac{\dot{E}_C}{\underline{Z}_C} \right) / \left( \frac{1}{\underline{Z}_A} + \frac{1}{\underline{Z}_B} + \frac{1}{\underline{Z}_C} \right).$$

И линейные токи

$$\dot{i}_A = \frac{\dot{E}_A - \dot{\phi}_n}{\underline{Z}_A}, \dot{i}_B = \frac{\dot{E}_B - \dot{\phi}_n}{\underline{Z}_B}, \dot{i}_C = \frac{\dot{E}_C - \dot{\phi}_n}{\underline{Z}_C}.$$

Фазные напряжения

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{\phi}_n, \dot{U}_B = \dot{E}_B - \dot{\phi}_n, \dot{U}_C = \dot{E}_C - \dot{\phi}_n.$$

Задача решена, все величины, входящие в цепь рассчитаны.

### 3.4. Мощность в трехфазных цепях

В симметричном трехфазном приемнике активная мощность

$$P = 3U_\Phi I_\Phi \cos \varphi = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi, \text{ Вт},$$

где  $\varphi$  – фазовый сдвиг между фазным током и фазным напряжением.

Реактивная мощность  $Q = 3U_\Phi I_\Phi \sin \varphi = \sqrt{3}U_L I_L \sin \varphi$ , Вар.

Полная мощность  $S = 3U_\Phi I_\Phi = \sqrt{3}U_L I_L$ , ВА.

В несимметричном режиме активная и реактивная мощности приемников рассчитываются как в однофазной цепи:

$$P_{\Pi} = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = U \cdot I \cdot \cos \varphi = I^2 \cdot R, \text{ Вт}.$$

$$Q_{\Pi} = U \cdot I \cdot \sin \varphi = I^2 x, \text{ Вар}.$$

Комплексная мощность источников, соединенных звездой (с нейтральным проводом или без него):

$$\dot{S}_{\text{и}} = \dot{S}_A + \dot{S}_B + \dot{S}_C = \dot{E}_A I_A^* + \dot{E}_B I_B^* + \dot{E}_C I_C^* = P_{\text{и}} + jQ_{\text{и}}.$$

Для проверки правильности расчетов составляется баланс мощности и считается относительная погрешность:

$$\delta_P = \frac{|P_{\text{и}} - P_{\text{п}}|}{P_{\text{и}}} \cdot 100\% \leq 3\%; \quad \delta_Q = \frac{|Q_{\text{и}} - Q_{\text{п}}|}{Q_{\text{п}}} \cdot 100\% \leq 3\%.$$

Для измерения активной мощности в трехпроводной цепи используется три ваттметра, а для измерения активной мощности в четырехпроводной цепи три ваттметра.

**Пример 3.4.** В симметричной трехфазной цепи (рис. 3.8) с активной нагрузкой  $R$ , соединенной звездой, при известном линейном напряжении  $U_L = 220$  В и токе  $I_L = 8$  А. Определить показание вольтметров  $W_1$  и  $W_2$ , полную мощность цепи.

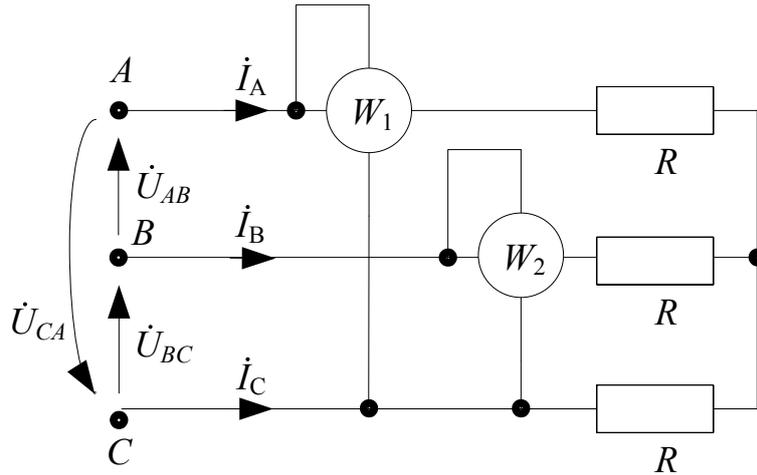
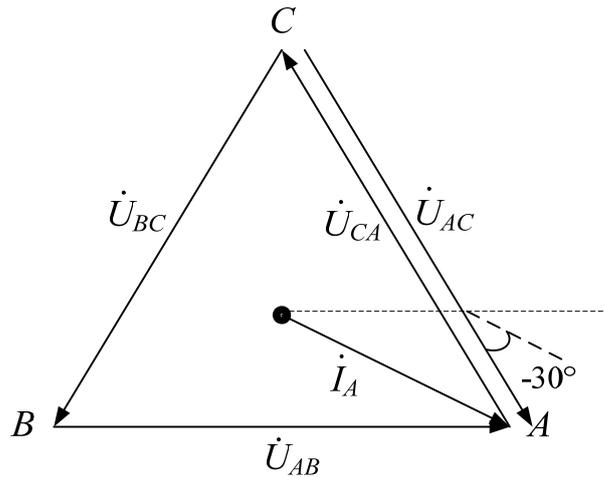


Рис. 3.8. Расчетная схема

**Решение:** Примем начальную фазу линейного напряжения равной нулю  $\dot{U}_{AB} = U_{\text{л}} = 220 \cdot e^{j0^\circ}$  В, тогда в силу симметричности трехфазного источника  $\dot{U}_{BC} = a^2 \cdot \dot{U}_{AB} = 220 \cdot e^{-j120^\circ}$ , В и  $\dot{U}_{CA} = a \cdot \dot{U}_{AB} = 220 \cdot e^{j120^\circ}$ , В. Фазные напряжения при соединении нагрузки звездой  $\dot{U}_A = 128 \cdot e^{-j30^\circ}$  В,  $\dot{U}_B = 128 \cdot e^{-j150^\circ}$  В,  $\dot{U}_C = 128 \cdot e^{j90^\circ}$  В. Так как нагрузка чисто активная, то фазные токи  $\dot{I}_A = 8 \cdot e^{-j30^\circ}$ , А,  $\dot{I}_B = 8 \cdot e^{-j150^\circ}$ , А,  $\dot{I}_C = 8 \cdot e^{j90^\circ}$ , А. Из формулы мощности, измеряемой первым ваттметром

$$P_1 = U_{AC} \cdot I_A \cdot \cos \left( \overset{\wedge}{U_{AC} I_A} \right), \text{ Вт},$$

где  $\overset{\wedge}{U_{AC} I_A}$  – разность фаз между линейным напряжением и током (определяется из построения векторной диаграммы). Вектор линейного напряжения  $\dot{U}_{AC}$  направлен в обратную сторону относительно вектора  $\dot{U}_{CA}$  и равен  $\dot{U}_{AC} = 220 \cdot e^{-j60^\circ}$ , В.

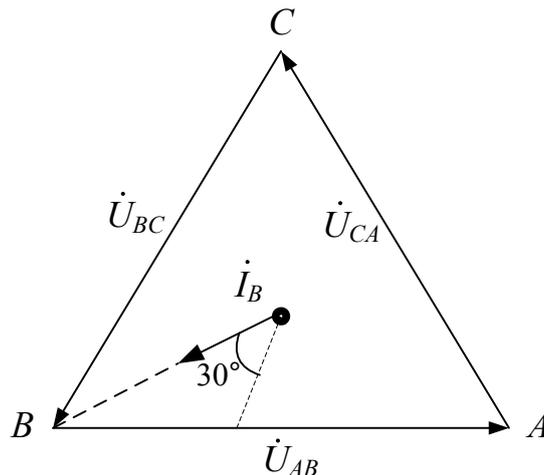


Тогда показание первого ваттметра

$$P_1 = 220 \cdot 8 \cdot \cos(-60^\circ - (-30^\circ)) = 1524, \text{ Вт},$$

значение второго ваттметра определим из формулы

$$P_2 = U_{BC} \cdot I_B \cdot \cos(\widehat{U_{BC} I_B}), \text{ Вт}.$$



Подставляем числовые значения

$$P_2 = 220 \cdot 8 \cdot \cos(-120^\circ - (-150^\circ)) = 1524, \text{ Вт}.$$

Полная мощность цепи

$$S = 3U_\phi I_\phi = \sqrt{3}U_{\text{л}} I_{\text{л}} = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 8 = 3044,8 \text{ ВА}.$$

**Пример 3.5.** Дана несимметричная трехфазная цепь (рис. 3.9). Известны все напряжения и токи, соответствуют найденным в примере 3.2. Определить активную и реактивную вырабатываемую мощности источников ЭДС и сравнить их с суммой активных и реактивных мощностей пассивных элементов цепи. Нарисовать векторную диаграмму.

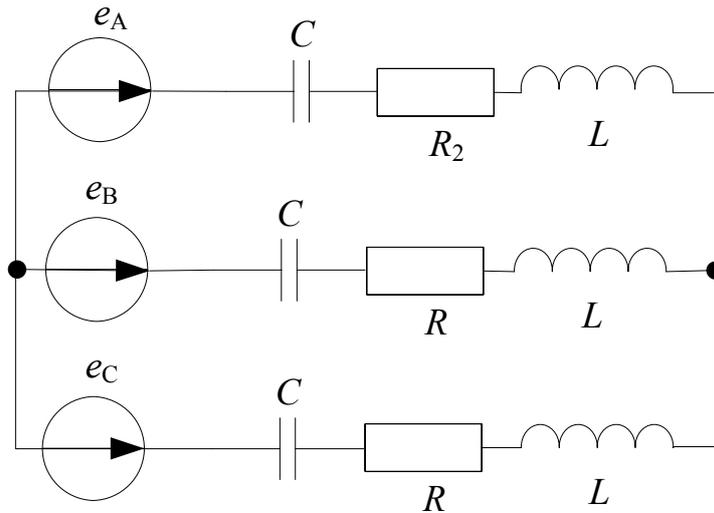


Рис. 3.9. Расчетная схема

**Решение:** Активная мощность источников:

$$P_{E_A} = E_A \cdot I_A \cdot \cos\left(\widehat{E_A I_A}\right), \text{ Вт}, P_{E_B} = E_B \cdot I_B \cdot \cos\left(\widehat{E_B I_B}\right), \text{ Вт},$$

$$P_{E_C} = E_C \cdot I_C \cdot \cos\left(\widehat{E_C I_C}\right), \text{ Вт}.$$

Расчет удобно вести с использованием Mathcad 13.

$\alpha_a := \arg(E_a) - \arg(I_a)$	$\alpha_b := \arg(E_b) - \arg(I_b)$	$\alpha_c := \arg(E_c) - \arg(I_c)$
$\alpha_a = 27.56 \text{ deg}$	$\alpha_b = -263.235 \text{ deg}$	$\alpha_c = 241.623 \text{ deg}$
$P_{Ea} :=  E_a  \cdot  I_a  \cdot \cos(\alpha_a)$	$P_{Eb} :=  E_b  \cdot  I_b  \cdot \cos(\alpha_b)$	$P_{Ec} :=  E_c  \cdot  I_c  \cdot \cos(\alpha_c)$
$P_{Ea} = 306.839$	$P_{Eb} = -40.831$	$P_{Ec} = -26.421$

Реактивная мощность источников:

$$Q_{E_A} = E_A \cdot I_A \cdot \sin\left(\widehat{E_A I_A}\right), \text{ Вар}, Q_{E_B} = E_B \cdot I_B \cdot \sin\left(\widehat{E_B I_B}\right), \text{ Вар},$$

$$Q_{E_C} = E_C \cdot I_C \cdot \sin\left(\widehat{E_C I_C}\right), \text{ Вар}.$$

$Q_{Ea} :=  E_a  \cdot  I_a  \cdot \sin(\alpha_a)$	$Q_{Eb} :=  E_b  \cdot  I_b  \cdot \sin(\alpha_b)$	$Q_{Ec} :=  E_c  \cdot  I_c  \cdot \sin(\alpha_c)$
$Q_{Ea} = 160.136$	$Q_{Eb} = 344.224$	$Q_{Ec} = -48.91$

Полная мощность источников:

$P_E := P_{Ea} + P_{Eb} + P_{Ec}$	$Q_E := Q_{Ea} + Q_{Eb} + Q_{Ec}$
$P_E = 239.587$	$Q_E = 455.45$

Активная мощность пассивных элементов:

$$P_{P_A} = U_A \cdot I_A \cdot \cos\left(\widehat{U_A I_A}\right), \text{ Вт}, \quad P_{P_B} = U_B \cdot I_B \cdot \cos\left(\widehat{U_B I_B}\right), \text{ Вт},$$

$$P_{P_C} = U_C \cdot I_C \cdot \cos\left(\widehat{U_C I_C}\right), \text{ Вт}.$$

$$\beta_a := \arg(U_a) - \arg(I_a)$$

$$\beta_b := \arg(U_b) - \arg(I_b)$$

$$\beta_c := \arg(U_c) - \arg(I_c)$$

$$\beta_a = 0$$

$$\beta_b = -270 \text{ deg}$$

$$\beta_c = 270 \text{ deg}$$

$$PP_a := |U_a| \cdot |I_a| \cdot \cos(\beta_a)$$

$$PP_b := |U_b| \cdot |I_b| \cdot \cos(\beta_b)$$

$$PP_c := |U_c| \cdot |I_c| \cdot \cos(\beta_c)$$

$$PP_a = 239.587$$

$$PP_b = -9.429 \times 10^{-14}$$

$$PP_c = -1.063 \times 10^{-14}$$

Реактивная мощность пассивных элементов:

$$Q_{P_A} = U_A \cdot I_A \cdot \sin\left(\widehat{U_A I_A}\right), \text{ Вар}, \quad Q_{P_B} = U_B \cdot I_B \cdot \sin\left(\widehat{U_B I_B}\right), \text{ Вар},$$

$$Q_{P_C} = U_C \cdot I_C \cdot \sin\left(\widehat{U_C I_C}\right), \text{ Вар}.$$

$$QP_a := |U_a| \cdot |I_a| \cdot \sin(\beta_a)$$

$$QP_b := |U_b| \cdot |I_b| \cdot \sin(\beta_b)$$

$$QP_c := |U_c| \cdot |I_c| \cdot \sin(\beta_c)$$

$$QP_a = 0$$

$$QP_b = 513.312$$

$$QP_c = -57.862$$

Полная мощность пассивных элементов

$$PP := PP_a + PP_b + PP_c$$

$$QP := QP_a + QP_b + QP_c$$

$$PP = 239.587$$

$$QP = 455.45$$

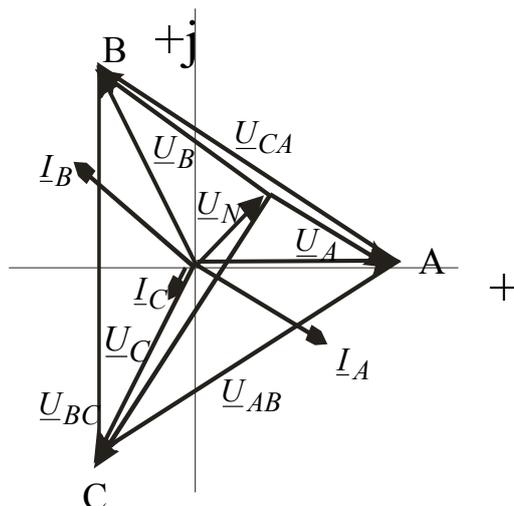
Рассчитаем погрешность.

$$\delta\% = \frac{|P_E - P_P|}{P_E} \cdot 100\% = \frac{|239,587 - 239,587|}{239,587} \cdot 100\% = 0\% \leq 3\% ;$$

$$\delta\% = \frac{|Q_E - Q_P|}{|Q_E|} \cdot 100\% = \frac{|455,45 - 455,45|}{|455,45|} \cdot 100\% = 0\% \leq 3\% .$$

Расчет верен.

Векторная диаграмма несимметричного режима будет следующей



### 3.5. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 3.1.** К симметричному трехфазному генератору с линейным напряжением, измеряемым вольтметром  $\dot{U}_{\text{Л}} = 127 \text{ В}$  подключена симметричная нагрузка  $\underline{Z} = 10 \cdot e^{j30^\circ}$ , Ом, соединенная треугольником (рис. 3.10). Определить ток амперметра.

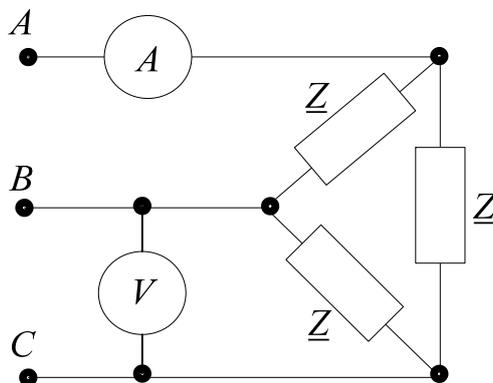


Рис. 3.10. Расчетная схема

**Задача 3.2.** В трехфазной цепи (рис. 3.11) с параметрами  $R = 10 \text{ Ом}$ ,  $x_L = x_C = 10 \text{ Ом}$  вольтметр показывает 220 В. Определить показание амперметра.

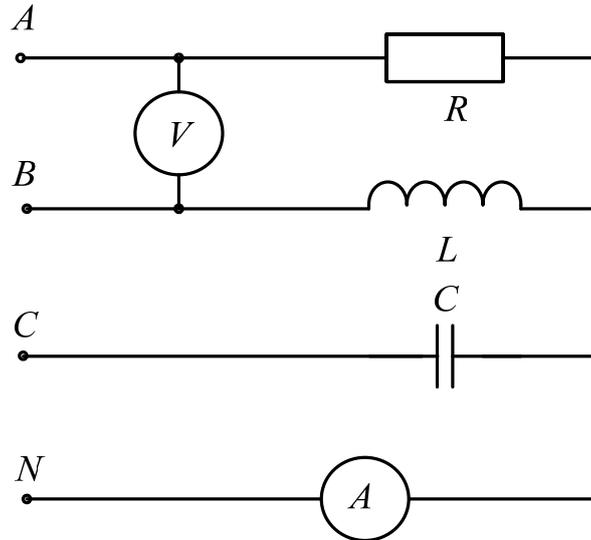


Рис. 3.11. Расчетная схема

**Задача 3.3.** В симметричной трехфазной цепи (рис. 3.10) с активной нагрузкой известно линейное напряжение  $U_{\text{л}} = 100 \text{ В}$  и сопротивление каждой фазы  $\underline{Z} = (5 + j8,66)$ , Ом. Показание второго ваттметра. Определить показания первого  $W_1$  и второго  $W_2$  ваттметров, полную мощность цепи.

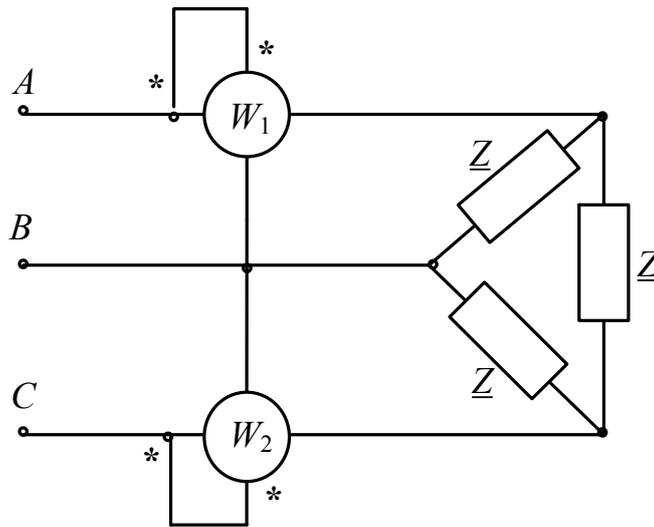


Рис. 3.12. Расчетная схема

**Задача 3.4.** Чему равно показание ваттметра, включенного в симметричную трехфазную цепь (рис. 3.13). Нагрузка фаз  $\underline{Z} = (4 + j3)$ , Ом, линейное напряжение  $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ .

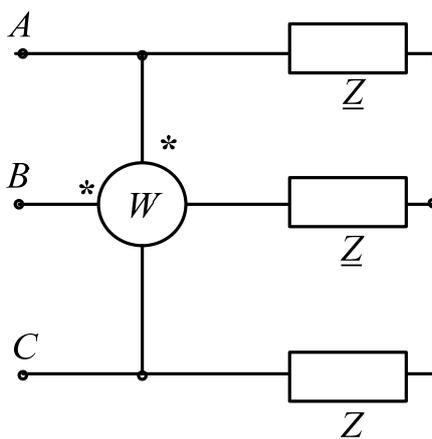


Рис. 3.13. Расчетная схема

**Задача 3.5.** К сети с  $U_{\text{л}} = 200 \text{ В}$  подключены 3 группы ламп. Количество ламп  $n_1 = 3$ ,  $n_2 = 4$ ,  $n_3 = 2$ . Определить ток линии A, если сопротивление каждой лампы 300 Ом.

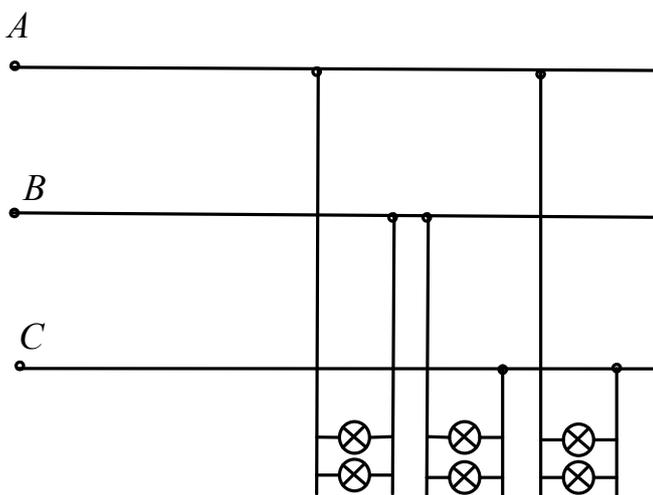


Рис. 3.14. Расчетная схема

### 3.6. Индивидуальное задание №3 для самостоятельного решения «Расчет трехфазной цепи переменного тока»

Трехфазный генератор создает симметричную систему ЭДС с прямой последовательностью чередования фаз:

$$e_A(t) = E_m \cdot \sin \omega t,$$

$$e_B(t) = E_m \cdot \sin(\omega t - 120^\circ),$$

$$e_C(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + 120^\circ).$$

1. Рассчитать в комплексной форме токи в ветвях и напряжения на элементах цепи.

2. Определить активную и реактивную мощности источников ЭДС и сравнить их с суммой активных и реактивных мощностей пассивных элементов цепи.

3. Построить векторные диаграммы токов и топографические диаграммы напряжений:

а) для симметричной части приемника;

б) для несимметричной части приемника.

Векторная диаграмма токов каждой части приемника должна быть совмещена на одном графике с соответствующей топографической диаграммой напряжений.

Таблица 3.1

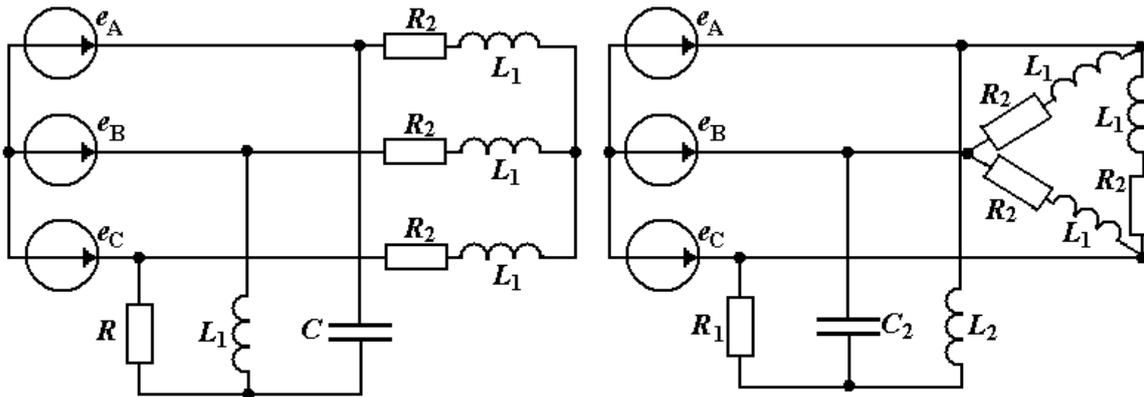
*Параметры расчетных схем*

№	$E$ , В	$f$ , Гц	$R$ , Ом	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$L$ , Гн	$L_1$ , Гн	$L_2$ , Гн	$C$ , мкФ	$C_1$ , мкФ	$C_2$ , мкФ
1	110	330	23	46	16	0,01	0,017	0,011	5	9	11
2	120	320	15	44	13	0,01	0,017	0,011	11	5	9
3	130	310	12	43	10	0,01	0,017	0,011	9	11	5
4	140	300	18	25	20	0,01	0,017	0,011	7	12	8
5	150	290	16	36	15	0,01	0,017	0,011	12	8	7
6	160	280	25	40	19	0,01	0,013	0,018	8	7	12
7	170	270	14	18	21	0,01	0,013	0,018	15	11	13
8	180	260	32	23	25	0,012	0,013	0,018	11	13	15
9	190	250	40	24	30	0,012	0,013	0,018	13	15	11
10	200	240	38	26	29	0,012	0,01	0,018	18	20	22
11	220	230	29	29	31	0,012	0,01	0,11	20	22	18
12	230	220	45	27	33	0,012	0,01	0,11	22	18	20
13	240	210	61	25	39	0,015	0,01	0,11	26	17	29
14	250	200	25	31	34	0,015	0,01	0,11	17	29	26
15	260	190	27	33	36	0,015	0,019	0,11	29	26	17
16	270	180	26	35	38	0,015	0,019	0,13	15	25	20
17	280	170	33	37	40	0,015	0,019	0,13	20	15	25
18	290	160	30	39	41	0,015	0,019	0,13	25	20	15
19	300	150	34	41	46	0,015	0,019	0,13	18	23	30
20	310	140	42	44	43	0,1	0,17	0,13	23	30	18
21	320	130	40	43	55	0,1	0,17	0,2	30	18	23
22	330	120	53	46	59	0,1	0,17	0,2	27	21	24

№	$E$ , В	$f$ , Гц	$R$ , Ом	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$L$ , Гн	$L_1$ , Гн	$L_2$ , Гн	$C$ , мкФ	$C_1$ , мкФ	$C_2$ , мкФ
23	340	110	55	49	51	0,1	0,17	0,2	24	27	21
24	350	100	57	50	53	0,14	0,17	0,2	21	24	27
25	360	90	46	52	60	0,14	0,25	0,2	31	33	22
26	370	80	47	55	62	0,14	0,17	0,25	22	31	33
27	380	70	43	57	64	0,14	0,17	0,25	33	22	31
28	390	60	62	53	66	0,14	0,17	0,25	40	34	50
29	400	50	66	59	69	0,16	0,17	0,25	50	40	34
30	410	40	63	60	65	0,16	0,17	0,25	34	50	40

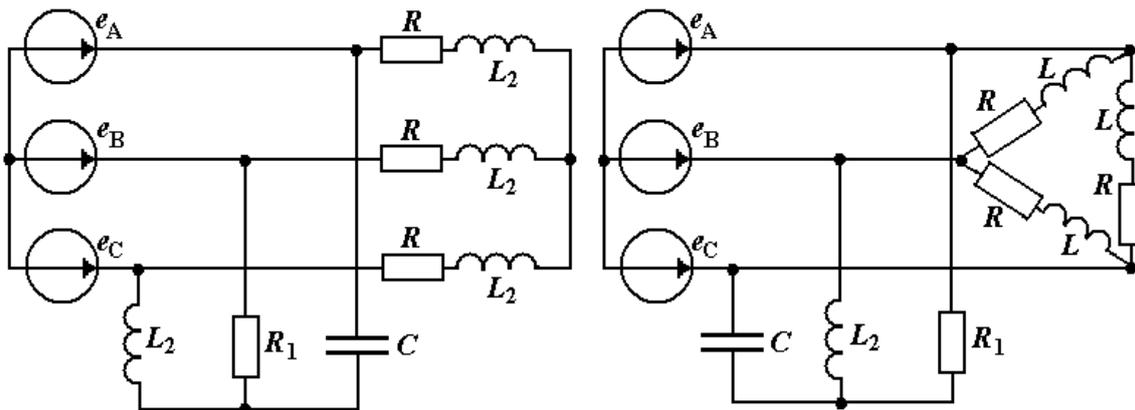
**Примечание:** объем задания уточняет лектор.

**Схемы для расчетов**



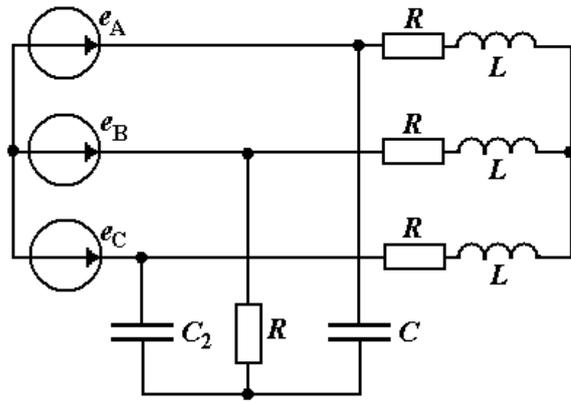
№ 1

№ 2

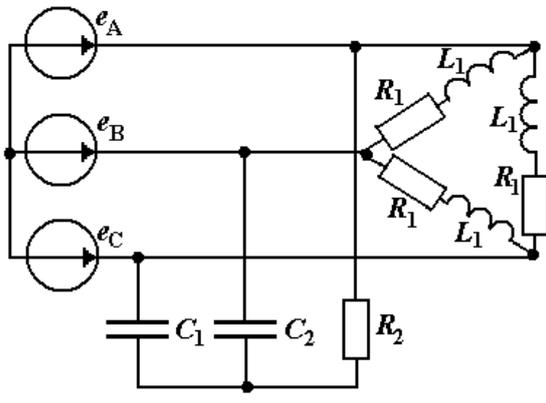


№ 3

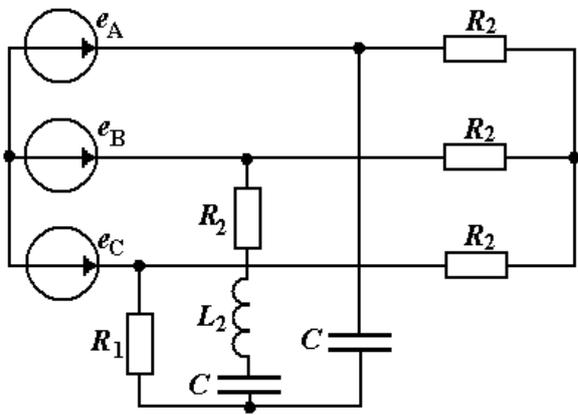
№ 4



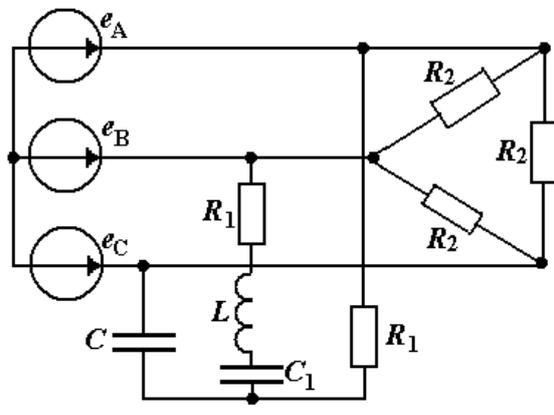
№ 5



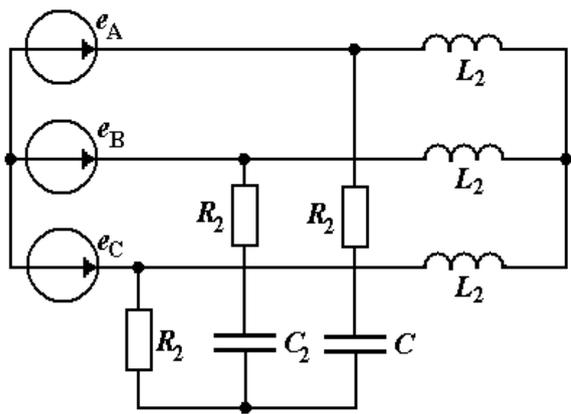
№ 6



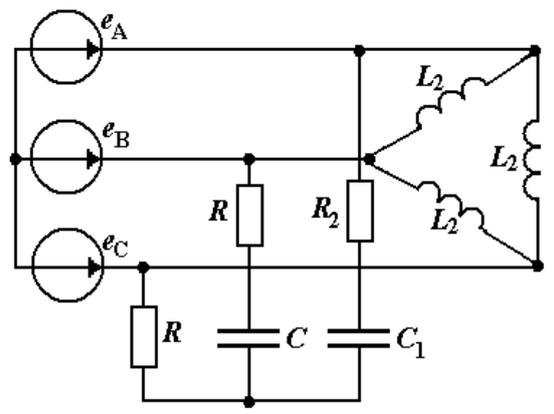
№ 7



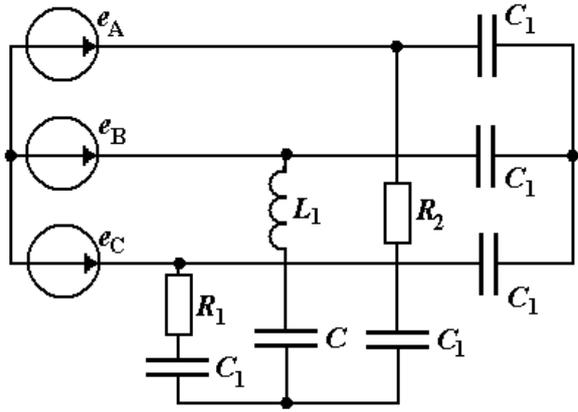
№ 8



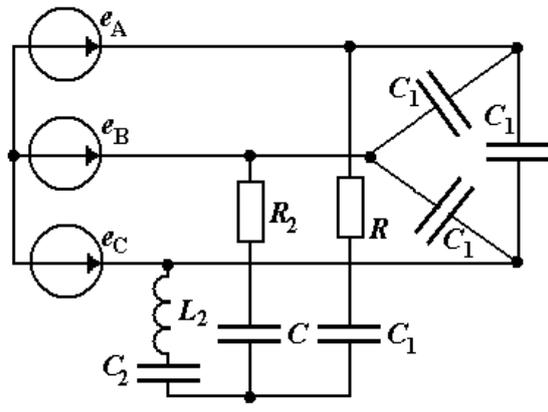
№ 9



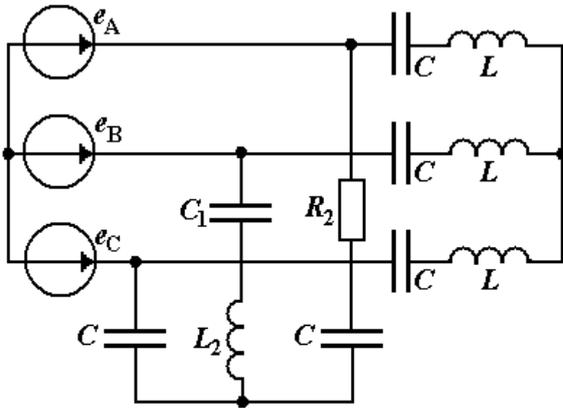
№ 10



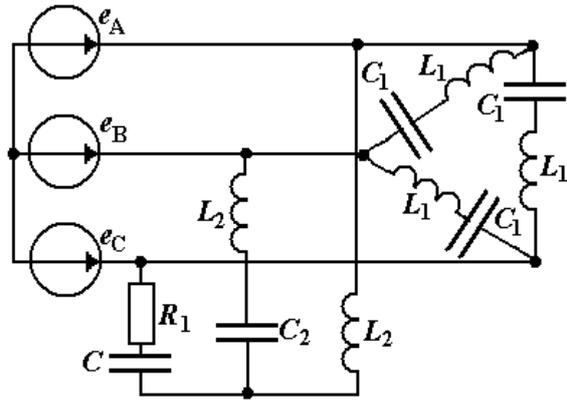
№ 11



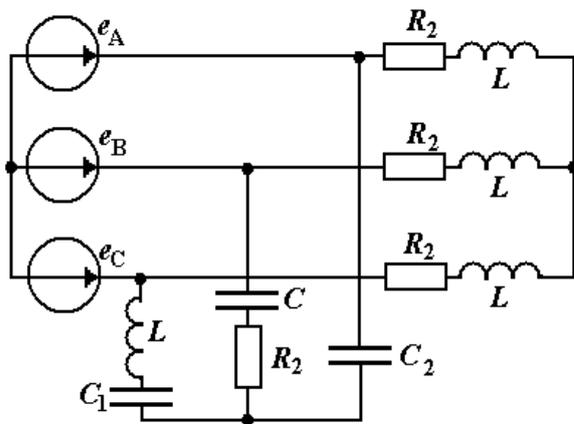
№ 12



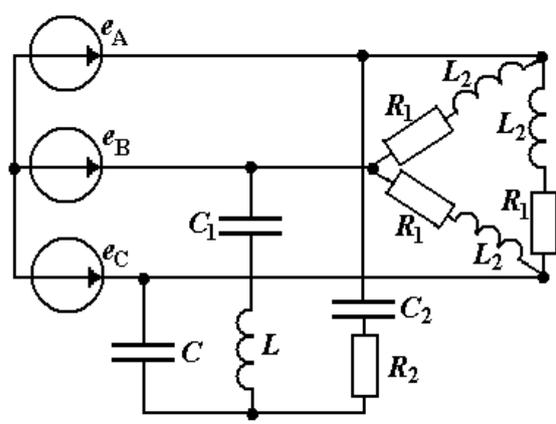
№ 13



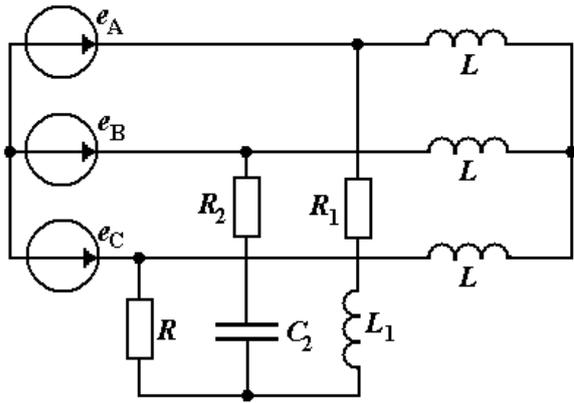
№ 14



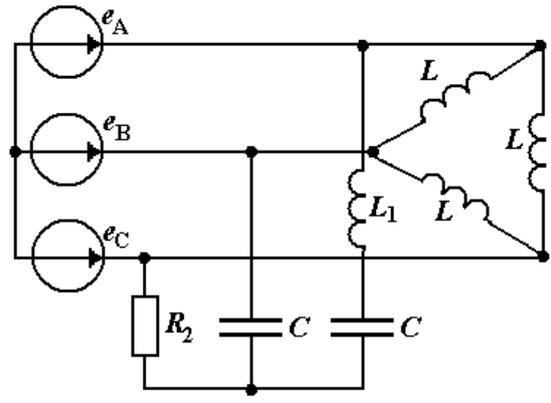
№ 15



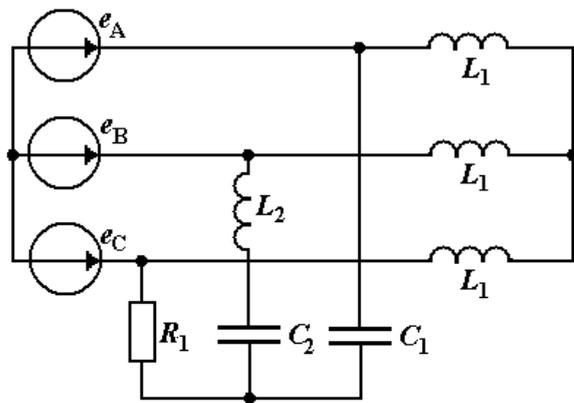
№ 16



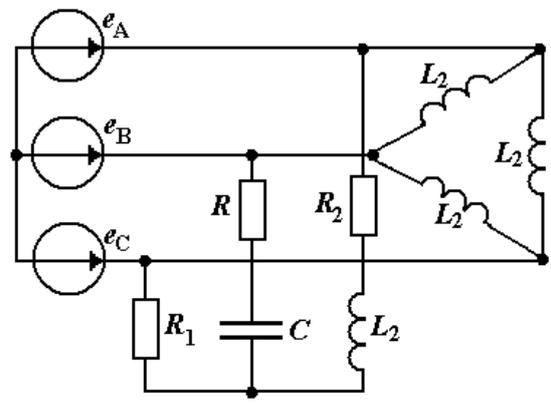
№ 17



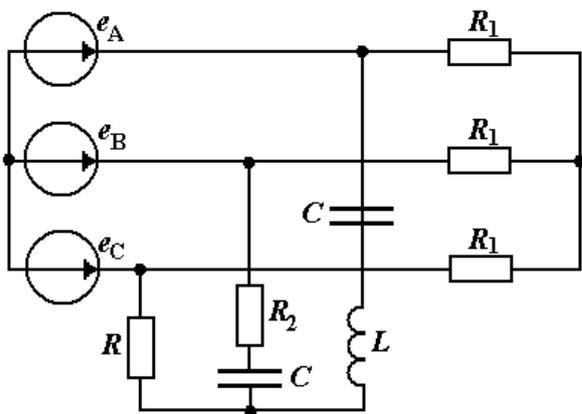
№ 18



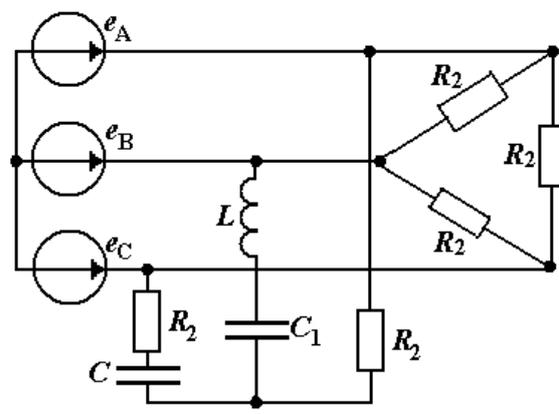
№ 19



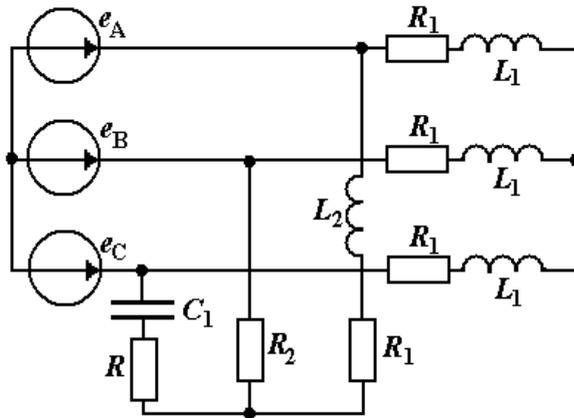
№ 20



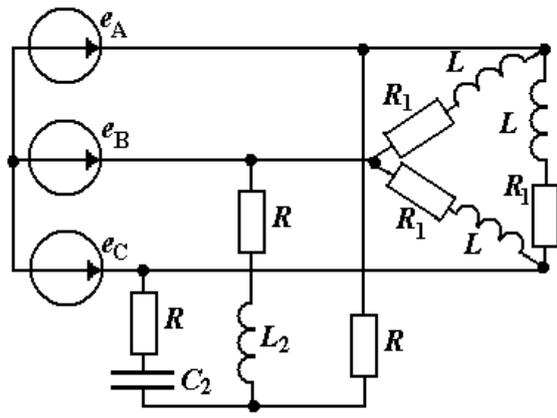
№ 21



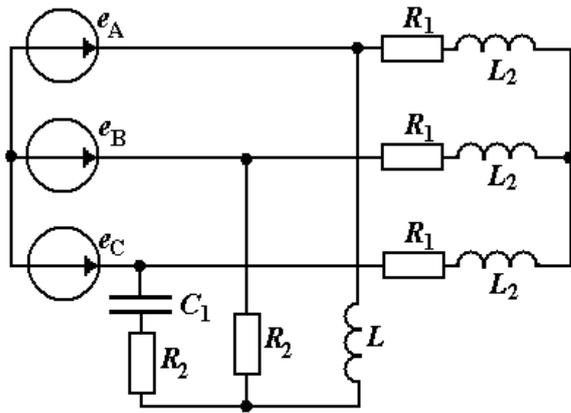
№ 22



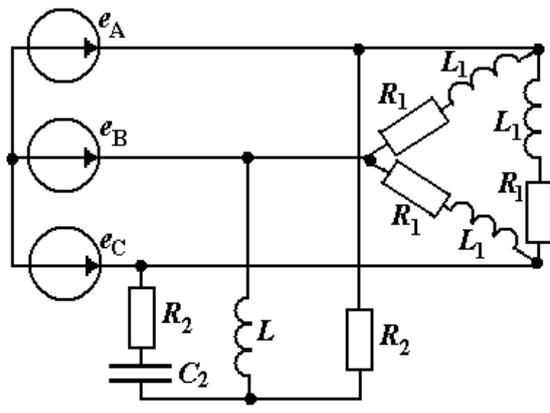
№ 23



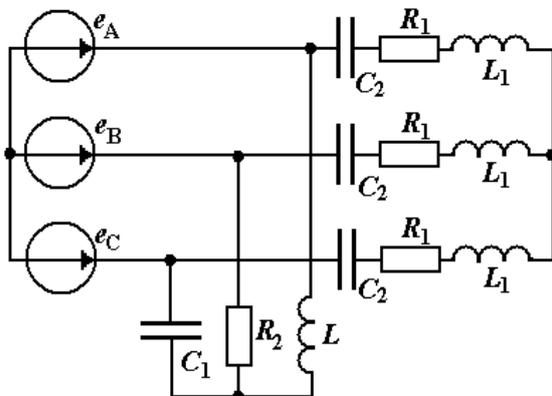
№ 24



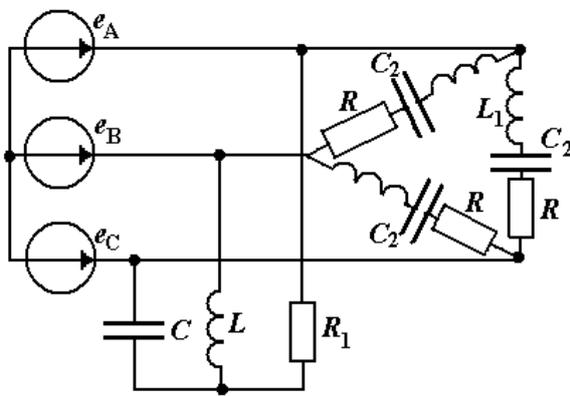
№ 25



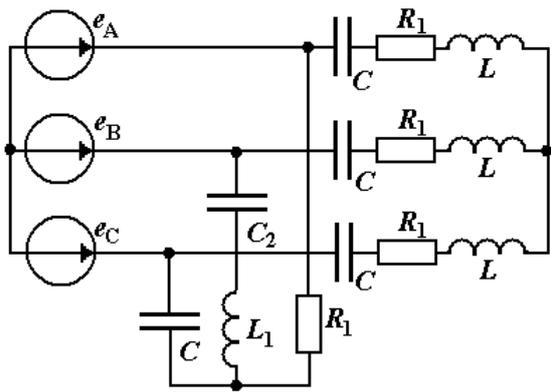
№ 26



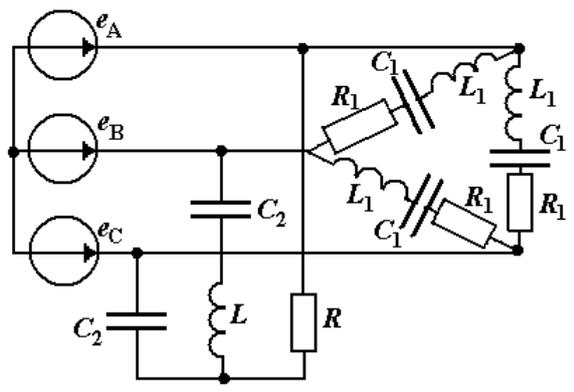
№ 27



№ 28



№ 29



№ 30

## 4. ТРАНСФОРМАТОРЫ

### 4.1. Общие сведения

Трансформатор – это статическое электромагнитное устройство, имеющее две (или более) индуктивно связанные обмотки и предназначенное для преобразования посредством явления электромагнитной индукции переменного напряжения одной величины в напряжение другой величины.

По количеству обмоток различают двух, трёх и многообмоточные трансформаторы.

По числу фаз имеются, соответственно, одно, трёх и многофазные трансформаторы.

Трансформаторы по назначению подразделяют на силовые, автотрансформаторы, измерительные и специальные.

По способу охлаждения различают трансформаторы масляные и трансформаторы сухого исполнения.

### 4.2. Устройство трансформатора

Современный трансформатор состоит из различных конструктивных элементов: магнитопровода, обмоток, вводов, бака и др. Магнитопровод с расположенными на его стержнях обмотками составляет активную часть трансформатора, остальные элементы – неактивные (вспомогательные) части. Рассмотрим подробнее основные части.

Трансформатор в простейшем случае состоит из первичной и вторичной обмоток, расположенных на замкнутом стальном сердечнике – магнитопроводе.

Обмотка, к которой подводится напряжение питания, называется первичной, обмотка, с которой получают требуемое напряжение – вторичной.

Наибольшее напряжение одной из обмоток называют высшим напряжением (ВН), наименьшее другой – низшим напряжением (НН).

Магнитные системы или *магнитопроводы* предназначены для улучшения магнитной связи первичной и вторичной обмоток, что обеспечивает их малым магнитным сопротивлением. Магнитные системы однофазных и трехфазных трансформаторов несколько отличаются друг от друга. В зависимости от конфигурации магнитной системы различают трансформаторы стержневые, броневые и тороидальные.

Для уменьшения потерь от вихревых токов магнитопроводы трансформаторов имеют шихтованную конструкцию, т.е. их собирают из изолированных листов электротехнической стали толщиной 0,35 или 0,5 мм, покрытых с двух сторон изолирующей пленкой (например, лаком).

В современных трансформаторах первичную и вторичную обмотки размещают для лучшей магнитной связи как можно ближе одну к другой на одних и тех же стержнях магнитопровода.

На стержне магнитопровода обе обмотки размещают двумя способами: концентрически – одну поверх другой, или в виде нескольких дисковых катушек, чередующихся по высоте стержня. В первом случае обмотки называют концентрическими, во втором – чередующимися.

Для уменьшения индуктивного сопротивления рассеяния обмоток иногда применяют двойные концентрические (расщепленные) обмотки, в которых обмотку НН делят на две части с одинаковым числом витков. Аналогично может быть выполнена и обмотка ВН.

Обмотки трансформаторов изготавливают из медных или алюминиевых проводов. При сравнительно небольших мощностях и токах обмотки выполняют из изолированного провода круглого сечения. При больших мощностях применяют изолированный провод прямоугольного сечения.

#### 4.3. Принцип действия однофазного двухобмоточного трансформатора

Однофазный двухобмоточный трансформатор (рис. 4.1) состоит из первичной  $w_1$  и вторичной  $w_2$  обмоток, которые обладают индуктивностями  $L_1$  и  $L_2$  и взаимной индуктивностью  $M$ .

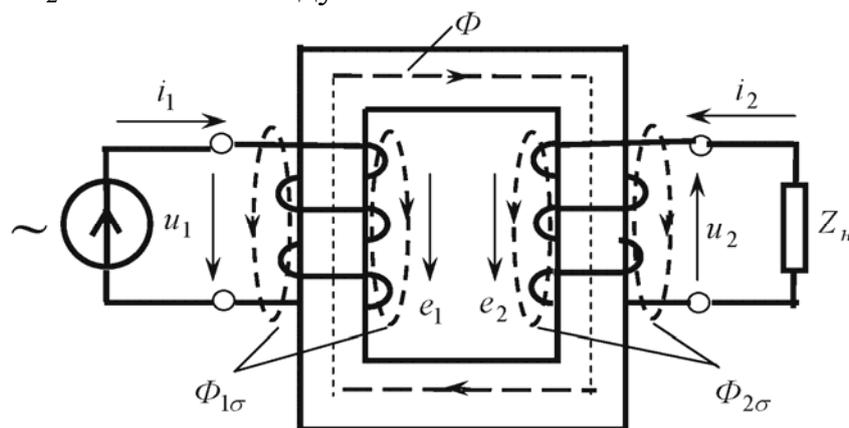


Рис. 4.1. Схема однофазного двухобмоточного трансформатора

Обмотки расположены на замкнутом магнитопроводе, изготовляемом из ферромагнитных материалов, который служит для лучшей магнитной связи обмоток.

На законе электромагнитной индукции основан принцип действия трансформатора, в соответствии с которым в контуре (витке), который пронизывается изменяющимся магнитным потоком  $\Phi$ , наводится электродвижущая сила (ЭДС), пропорциональная скорости изменения магнитного потока:  $e = -w \frac{d\Phi}{dt}$ .

Если к первичной обмотке подвести переменное напряжение  $U_1$ , то в ее витках  $w_1$  возникает ток  $i_1$ , который создает переменный магнитный поток  $\Phi$ . Этот поток на магнитопроводе замыкается и сцепляется с обеими обмотками и в соответствии с законом электромагнитной индукции поток наводит в первичной и вторичной обмотках соответствующие ЭДС:

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi}{dt}; \quad e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt}.$$

При подключении нагрузки  $Z_H$  к выводам вторичной обмотки под действием ЭДС  $e_2$  в цепи этой обмотки создается ток  $i_2$ , а на выводах обмотки устанавливается напряжение  $U_2$ .

Действующие значения ЭДС определяются выражениями:

$$E_1 = 4,44 \cdot w_1 \cdot \Phi_{\max}; \quad E_2 = 4,44 \cdot w_2 \cdot \Phi_{\max},$$

где  $\Phi_{\max}$  – максимальное значение основного магнитного потока.

Отношение ЭДС обмоток называют коэффициентом трансформации:

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2}.$$

При практических расчетах его с некоторым допущением принимают равным отношению номинальных напряжений обмоток:

$$k \approx \frac{U_{1\text{ном}}}{U_{2\text{ном}}}.$$

Максимальное значение основного магнитного потока, определяется:

$$\Phi_{\max} = Q_{\text{ст}} \cdot B_{\max} \cdot k_{\text{ст}},$$

где  $B_{\max}$  – максимальное значение магнитной индукции в стержне магнитопровода, Тл;  $Q_{\text{ст}}$  – площадь поперечного сечения стержня, м<sup>2</sup>;  $k_{\text{ст}} = 0,93 \div 0,97$  – коэффициент заполнения магнитопровода сталью, который учитывает толщину изоляционных прослоек между пластинами электротехнической стали.

Токи в обмотках трансформатора помимо основного магнитного потока создают магнитные потоки рассеяния, которые сцепляются

только с витками лишь собственной обмотки и индуцируют в ней ЭДС рассеяния. Магнитные потоки рассеяния замыкаются главным образом в немагнитной среде (воздух, масло, медь), магнитная проницаемость которой постоянна.

Из принципа действия трансформатора следует, что он работает только в цепях переменного тока. Подадим на первичную обмотку постоянное напряжение, то магнитный поток его будет постоянным по величине и по направлению, следовательно,  $\frac{d\Phi}{dt} = 0$ . Соответственно

ЭДС наводиться не будут, и ток в первичной обмотке будет определяться напряжением  $U_1$  и величиной активного сопротивления  $R_1$  обмотки, которое весьма мало. Следовательно, электроэнергия из первичной цепи не будет передаваться во вторичную, что опасно для трансформатора.

Под номинальной мощностью трансформатора понимают его полную мощность  $S_{\text{ном}}$  в номинальном режиме:

$$S_{\text{ном}} = U_{1\text{ном}} \cdot I_{1\text{ном}} = U_{2\text{ном}} \cdot I_{2\text{ном}}.$$

#### 4.4. Трехфазные трансформаторы

Трехфазные трансформаторы – это, как правило, силовые трансформаторы мощностью от единиц до сотен тысяч кВА, используемые в электрических сетях и системах. Исключение составляют измерительные трансформаторы, имеющие небольшие мощности и предназначенные для подключения измерительных приборов и аппаратов релейной защиты и автоматики.

С точки зрения происходящих в трехфазных трансформаторах физических процессов они ничем не отличаются от рассмотренных выше однофазных: трехфазный трансформатор легко представить в виде совокупности трех однофазных трансформаторов.

Обмотки трехфазных трансформаторов соединяют следующими способами: в «звезду с изолированной нейтралью» (обозначают значком  $Y$ ), в «звезду с нулевым проводом»  $Y_0$  или «треугольник» (значок  $\Delta$ ) в «зигзаг с выведенным нулевым проводом».

Обмотку высшего напряжения соединяют по схеме  $Y$  – это позволяет при заданном линейном напряжении иметь меньшее число витков в фазе.

При соединении в «звезду» различают линейное и фазное напряжения. В симметричной системе линейное напряжение больше фазного в  $\sqrt{3}$  раз.

При соединении в «треугольник» фазное напряжение равно линейному.

Поэтому трехфазные трансформаторы характеризуются двумя коэффициентами трансформации: *фазным* – отношение числа витков фазы обмотки ВН к числу витков фазы обмотки НН ( или отношение фазных напряжений обмоток ВН и НН в режиме холостого хода), и *линейным* – отношение линейного напряжения обмотки ВН к линейному напряжению обмотки НН. Для схем соединения Y/Y и Δ/Δ линейный и фазный коэффициенты равны, для схемы Y/Δ линейный коэффициент в  $\sqrt{3}$  больше фазного, для схемы Δ/Y фазный в  $\sqrt{3}$  больше линейного.

#### 4.5. Определение параметров схемы замещения трансформатора

Схема замещения (рис.4.2) трансформатора представляет собой эквивалентную электрическую схему, которая отражает основные электромагнитные явления, происходящие в трансформаторе и позволяет с достаточной точностью исследовать работу трансформатора в любом режиме.

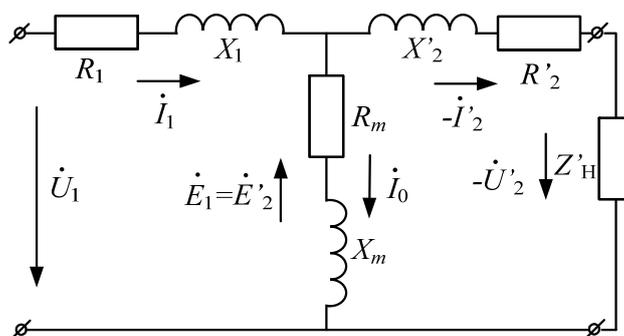


Рис. 4.2. Эквивалентная электрическая схема замещения

Схема замещения включает в себя параметры первичной обмотки  $R_1$  и  $X_1$ , параметры вторичной обмотки  $R'_2$  и  $X'_2$  (приведенные к числу витков первичной обмотки) и параметры намагничивающего контура  $R_m$  и  $X_m$ .

Следует, помнить, что параметры схемы замещения можно считать неизменными при изменении напряжения на первичной обмотке в пределах 10% от номинального значения. Если увеличивать напряжения, то произойдет насыщение стали магнитопровода, уменьшится величина  $X_m$  и вырастет намагничивающий ток.

Параметры схемы замещения определяют по результатам опытов холостого хода и короткого замыкания трансформатора.

**Опыт холостого хода** сводится к измерению первичного напряжения, тока и мощности первичной обмотки при разомкнутой вторичной обмотке (рис. 4.3, а).

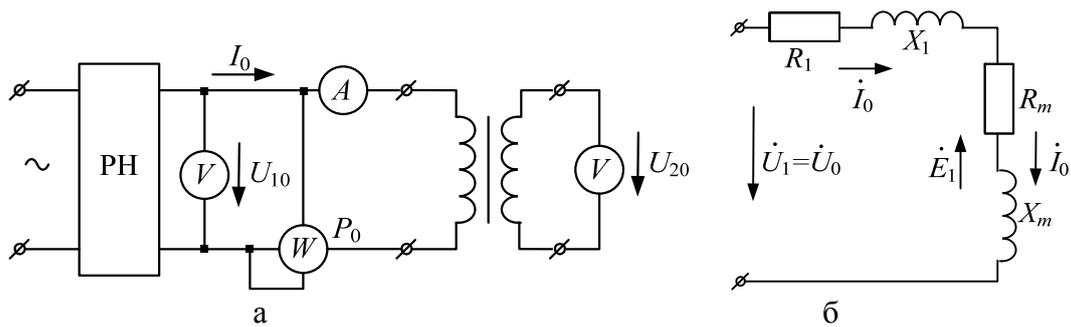


Рис. 4.3. Опыт холостого хода  
а – подключение приборов; б – схема замещения

При помощи регулятора напряжения (РН) устанавливают на первичной обмотке напряжение  $U_{10}$ , равное номинальному значению. Измеряют мощность  $P_0$ , потребляемую первичной обмоткой и ток холостого хода  $I_0$ .

Опыту холостого хода трансформатора соответствует схема замещения (рис. 4.3, б)

Поскольку ток холостого хода  $I_0$  мал по сравнению с номинальным током трансформатора  $I_1$ , то электрическими потерями в обмотках, которые зависят от квадрата тока, пренебрегают и считают, что вся мощность, потребляемая трансформатором в режиме холостого хода, расходуется на компенсацию магнитных потерь в стали:

$$P_0 = I_0^2 R_1 + I_0^2 R_m \approx I_0^2 R_m.$$

По измеренной мощности  $P_0$  и току  $I_0$  можно определить активное сопротивление намагничивающего контура  $R_m$ :  $R_m = \frac{P_0}{I_0^2}$ .

Далее, поскольку поток рассеяния во много раз меньше основного потока, то полагают, что  $X_1 + X_m \approx X_m$ , поэтому полное сопротивление намагничивающего контура:  $Z_m = \frac{U_{10}}{I_0}$ , а его индуктивное сопротивление:

$$X_m = \sqrt{Z_m^2 - R_m^2}.$$

Измерив напряжения  $U_{10}$  и  $U_{20}$  первичной и вторичной обмоток, можно определить коэффициент трансформации:  $k = \frac{U_{10}}{U_{20}}$ .

**Опыт короткого замыкания** (рис. 4. 4, а) заключается в том, что вторичную обмотку трансформатора замыкают через амперметр накоротко (сопротивление  $Z_0 = 0$ ), а к первичной посредством регулятора

напряжения РН подводят такое пониженное напряжение, чтобы токи первичной и вторичной обмоток были равны номинальным значениям  $I_{1\text{НОМ}}$  и  $I_{2\text{НОМ}}$ . Это напряжение называют напряжением короткого замыкания и обозначают  $U_{\text{К}}$ .

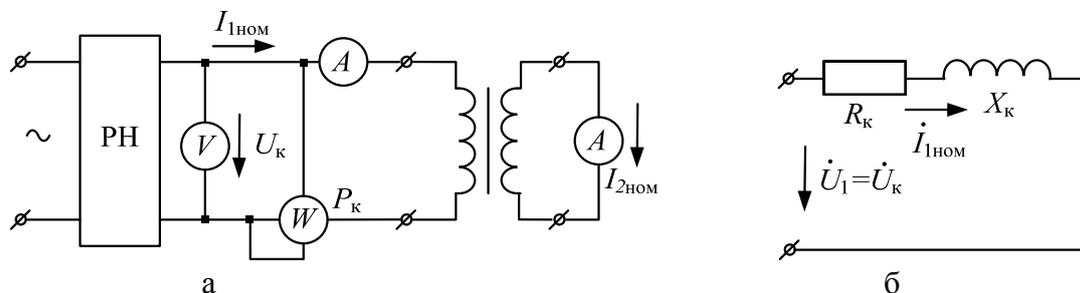


Рис. 4.4. Опыт короткого замыкания  
а – подключение приборов; б – схема замещения

Напряжение короткого замыкания  $U_{\text{К}}$  мощных силовых трансформаторах обычно составляет  $5 \div 15\%$  от номинального, трансформаторов малой мощности –  $25 \div 50\%$ .

**Следует различать короткое замыкание в эксплуатационных условиях и опыт короткого замыкания. Первое представляет собой аварийное состояние трансформатора: в обмотках возникают недопустимо большие токи, внутри трансформатора выделяется большое количество тепла, что может вызвать его разрушение. Опыт короткого замыкания служит для определения параметров трансформатора: потерь в проводниках, внутреннего падения напряжения и т.п.**

Электродвижущая сила  $E_{2\text{К}}$ , индуцируемая во вторичной обмотке при опыте короткого замыкания, должна быть равна падению напряжения вторичной обмотки, т.е.  $E_{2\text{К}} = I_2 Z_2$  поскольку  $U_2 = 0$ . Следовательно, при опыте короткого замыкания  $E_{2\text{К}}$  составляет лишь несколько процентов от  $E_2$  ( $2 \div 5\%$ ). Прямо пропорционально ЭДС  $E_{2\text{К}}$  уменьшается поток в сердечнике, а вместе с ним и намагничивающий ток, возбуждающий его.

В то же время потери в проводниках обмоток при опыте короткого замыкания такие же, как и при номинальном режиме нагрузки, а потери в сердечнике пренебрежимо малы, так как они пропорциональны (приблизленно) потоку.

Поэтому можно считать, что в опыте короткого замыкания вся мощность  $P_{1\text{К}}$  затрачивается на электрические потери в проводниках

обмоток трансформатора, поскольку током намагничивания в этом режиме можно пренебречь.

Положив  $X = X_1 + X_2' \approx 0$ , а  $R = R_1 + R_2'$ , получим для мощности  $P_{1К} = I_1^2 R_K$ .

С увеличением номинальной полной мощности  $S_{ном}$  трансформатора активная мощность  $P_{Кном}$ , затрачиваемая во время опыта короткого замыкания при номинальном токе, относительно убывает.

Активное сопротивление определяется эквивалентной схемой трансформатора:  $R_K = \frac{P_{1К}}{I_1^2}$ , которое называют активным сопротивлением короткого замыкания трансформатора.

Поток, замыкающийся по магнитопроводу, зависит от напряжения, приложенного к первичной обмотке трансформатора, а магнитные потери в стали пропорциональны квадрату индукции или квадрату магнитного потока. Поэтому, ввиду малости  $U_K$ , магнитными потерями в стали и током холостого хода можно пренебречь. Следовательно, можно считать, что  $R_m = 0$  и  $X_m = 0$ . Тогда схема замещения принимает вид представленный на рис. 4. 4, б.

Параметры схемы замещения:

$$Z_K = Z_1 + Z_2' = \frac{U_K}{I_{1н}}; \quad R_1 + R_2' = R_K = \frac{P_{1К}}{I_{ном}^2}; \quad X_1 + X_2' = X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2}$$

Отношение напряжения  $U_K = I_{1ном} Z_K$  к номинальному напряжению трансформатора  $U_{ном}$ , выраженном в %, называют **относительным напряжением короткого замыкания** при номинальном токе:

$$u_{К\%} = \left( \frac{I_{1ном} \cdot Z_K}{U_{ном}} \right) 100\%.$$

Относительное напряжение короткого замыкания является важным параметром и указывается в паспорте трансформатора. По известной величине  $u_{К\%}$  можно определить установившийся ток короткого замыкания в реальных условиях эксплуатации, т. е. при номинальном напряжении:

$$I_{1К} = \frac{U_{ном}}{Z_K} = 100 \frac{I_{1ном}}{u_{К\%}}.$$

Для защиты трансформаторов от токов короткого замыкания в реальных условиях эксплуатации используют автоматические выключатели, которые способны отключить цепь в течение периода.

#### 4.6. Изменение напряжения и внешняя характеристика

Если подключить первичную обмотку трансформатора к источнику номинального неизменного напряжения, а ток вторичной обмотки изменять от нуля до номинального значения, то вторичное напряжение  $U_2$  будет снижаться по мере увеличения тока нагрузки. Снижение это происходит, во-первых, в силу очевидного увеличения падения напряжения на полном сопротивлении вторичной обмотки по мере увеличения ее тока, во-вторых, из-за некоторого снижения ЭДС первичной и вторичной обмотки при увеличении нагрузки. На самом деле при увеличении нагрузки должен возрасти ток вторичной обмотки, и, следовательно, ток первичной обмотки. А это произойдет при неизменном номинальном первичном напряжении лишь при уменьшении ЭДС  $E_1$ .

Алгебраическая разность между вторичным напряжением холостого хода  $U_{20}$  и вторичным напряжением  $U_2$  при нагрузке будет представлять собой *изменение вторичного напряжения при переходе от холостого хода к нагрузке*.

$$\Delta U = \beta \cdot (U_{20} - U_2) \text{ или } \Delta U = \beta \cdot (u_{к.а} \cdot \cos \varphi_2 + u_{к.р} \cdot \sin \varphi_2),$$

где  $\beta = \frac{I_2}{I_{2\text{ном}}} \approx \frac{I_1}{I_{1\text{ном}}}$  – коэффициентом загрузки трансформатора;

$u_{к.а} = u_{к\%} \cdot \cos \varphi_{к}$ ;  $u_{к.р} = u_{к\%} \cdot \sin \varphi_{к}$  – активная и реактивная составляющие

напряжения короткого замыкания;  $\cos \varphi_{к} = \frac{P_{к}}{U_{1\text{ном}} \cdot I_{1к}}$  – коэффициент

мощности короткого замыкания

Обычно определяют относительное значение изменения:

$$\Delta u\% = 100 \frac{(U_{20} - U_2)}{U_{20}} \text{ или } \Delta u\% = 100 \frac{(U_{\text{ном}} - U'_2)}{U_{\text{ном}}}.$$

Зависимость напряжения вторичной обмотки от тока нагрузки при неизменном номинальном напряжении первичной обмотки при неизменных значениях коэффициента мощности и частоты называется *внешней характеристикой* трансформатора. Эта зависимость может быть выражена формулой:

$$U'_2 = U_{\text{ном}} \left( 1 - \frac{\Delta u\%}{100} \right).$$

Изменение напряжения существенно зависит от характера нагрузки. При активно-индуктивной нагрузке ( $\varphi_2 > 0$ ) напряжение  $U'_2$  снижается с ростом тока нагрузки в большей мере, чем при чисто активной нагрузке ( $\varphi_2 = 0$ ). Напряжение может оставаться постоянным или даже

увеличиваться с ростом тока нагрузки при активно-емкостной нагрузке ( $\varphi_2 < 0$ ).

Изменение напряжения трансформатора при изменении нагрузки нежелательное явление.

#### 4.7. Потери и КПД трансформатора

При работе трансформатора в его обмотках и магнитопроводе возникают потери энергии. Потери в первичной и вторичной обмотках, зависящие от квадрата тока и активного сопротивления обмотки, называют *электрическими потерями* и обозначают соответственно  $\Delta P_{\text{эл1}}$  и  $\Delta P_{\text{эл2}}$ . Потери в магнитопроводе, связанные с вихревыми токами и гистерезисом, обозначают  $\Delta P_{\text{м}}$ . Таким образом, мощность  $P_1$ , потребляемая трансформатором из сети, складывается из полезной мощности  $P_2$ , передаваемой нагрузке, и мощностей совокупных потерь  $\Delta P$ :

$$P_1 = P_2 + \Delta P = P_2 + \Delta P_{\text{эл1}} + \Delta P_{\text{эл2}} + \Delta P_{\text{м}}.$$

*Коэффициентом полезного действия трансформатора* (КПД) называют отношение мощности  $P_2$ , передаваемой нагрузке, к мощности  $P_1$  поступающей в первичную обмотку:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P} = 1 - \frac{\Delta P}{P_1}.$$

Трансформаторы обладают высоким КПД, который у мощных трансформаторов достигает 99%.

*Внутренней электромагнитной мощностью* трансформатора, называют величину  $P_{\text{эм}} = P_1 - \Delta P_{\text{эл1}} - \Delta P_{\text{м}}$  поступающую во вторичную обмотку. Она определяет габаритные размеры и массу трансформатора.

Потери мощности в трансформаторе в соответствии с требованиями ГОСТ определяют по данным опытов холостого хода и короткого замыкания, которые были описаны выше. Получаемые при этом результаты имеют высокую точность, так как при указанных опытах трансформатор не отдает мощность нагрузке, а вся мощность, поступающая в первичную обмотку, расходуется в первом случае на потери в стали, во втором – на электрические потери.

Поскольку ток при опыте холостого хода невелик, то электрическими потерями мощности в первичной обмотке можно пренебречь, а магнитный поток практически равен потоку при нагрузке, так как его величина определяется приложенным к трансформатору напряжением. Магнитные потери в стали пропорциональны квадрату величины магнитного потока. Поэтому при номинальном первичном напряже-

нии в режиме холостого хода можно с достаточной степенью точности считать, что магнитные потери в стали равны мощности, потребляемой трансформатором  $\Delta P_M = P_0$ .

Для определения суммарных электрических потерь проводят опыт короткого замыкания. Поскольку напряжение на первичной обмотке в этом режиме невелико и, соответственно, очень мал поток, а ток первичной и вторичной обмоток равен номинальным значениям, то магнитными потерями в этом режиме можно пренебречь, а вся мощность, потребляемая трансформатором, равна суммарным электрическим потерям в первичной и вторичной обмотках:

$$\Delta P_{\text{эл}} = \Delta P_{\text{эл1}} + \Delta P_{\text{эл2}} = P_K.$$

Электрические потери, как известно, зависят от квадрата тока:

$$\Delta P_{\text{эл}} = I_1^2 R_1 + (I_2')^2 R_2' \approx (I_2')^2 (R_1 + R_2') \approx (I_2')^2 R_K = \beta^2 P_K.$$

Значения  $P_K$  и  $P_0$  для трансформаторов определяются ГОСТом и приводятся в каталогах.

Активная мощность вторичной обмотки определяется величиной ее тока и коэффициентом мощности цепи нагрузки:

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = \beta \cdot S_{\text{ном}} \cdot \cos \varphi_2.$$

Получим выражение для КПД:

$$\eta = \frac{\beta \cdot S_{\text{ном}} \cdot \cos \varphi_2}{\beta \cdot S_{\text{ном}} \cdot \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 \cdot P_K} \cdot 100\%.$$

При нулевой нагрузке полезная мощность и КПД равны нулю. По мере роста отдаваемой трансформатором мощности его КПД увеличивается, так как в энергетическом балансе уменьшается удельное значение магнитных потерь в стали  $\Delta P_M = P_0$ , не зависящих от  $\beta$ . При некотором значении загрузки  $\beta_{\text{опт}}$  КПД достигает максимума, после чего с дальнейшим ростом нагрузки начинает уменьшаться. Причиной этого является опережающее увеличение электрических потерь в обмотках, увеличивается пропорционально квадрату тока, т.е. пропорционально  $\beta^2$ , а полезная мощность  $P_2$  растет только пропорционально  $\beta$ .

Оптимальный коэффициент нагрузки  $\beta_{\text{опт}}$ , при котором КПД имеет максимальное значение, определяется:

$$\beta_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_K}}.$$

$$\text{Тогда КПД: } \eta_{\text{max}} = \frac{\beta' \cdot S_{\text{ном}} \cdot \cos \varphi_2}{\beta' \cdot S_{\text{ном}} \cdot \cos \varphi_2 + 2 \cdot P_0} \cdot 100\%.$$

В силовых трансформаторах  $\beta_{\text{опт}} = 0,5 \div 0,7$ . Режим, при котором электрические потери в обмотках равны магнитным потерям в стали, соответствует номинальному, поскольку  $\beta = 1$ .

КПД трансформатора зависит от величины коэффициента мощности. Наибольшие значения КПД при прочих равных условиях соответствуют  $\cos \varphi_2 = 1$ , т. е. активной нагрузке. При активно-индуктивной и активно-емкостной нагрузках КПД трансформатора снижается. Это связано с возрастанием доли реактивных токов в первичной и вторичной обмотках и соответственно, доли реактивных мощностей трансформатора.

Максимальная величина КПД в современных мощных трансформаторах достигает весьма высоких значений ( $0,98 \div 0,99$ ).

#### 4.8. Примеры решения задач

**Пример 4.1.** Трехфазный трансформатор имеет: номинальную мощность  $S_{\text{ном}} = 1600 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ , номинальное первичное  $U_{1\text{ном}} = 10 \text{ кВ}$  и вторичное  $U_{2\text{ном}} = 0,4 \text{ кВ}$  напряжения, максимальное значение магнитной индукции в стержне  $B_{\text{max}} = 1,55 \text{ Тл}$ , ЭДС одного витка  $E_{\text{вит}} = 5 \text{ В}$ . Частота переменного тока сети  $f = 50 \text{ Гц}$ , соединение обмоток трансформатора  $Y/Y$ , коэффициент заполнения стержня сталью  $k_{\text{ст}} = 0,97$ . **Определить:** число витков в обмотках; максимальное значение основного магнитного потока; площадь поперечного сечения стержня; номинальный ток во вторичной цепи; коэффициент трансформации.

**Решение.**

Коэффициент трансформации  $n = \frac{U_{1\text{ном}}}{U_{2\text{ном}}} = \frac{10}{0,4} = 25$ .

Номинальный ток во вторичной цепи

$$I_{2\text{ном}} = \frac{S_{\text{ном}}}{\sqrt{3} \cdot U_{2\text{ном}}} = \frac{1600}{1,73 \cdot 0,4} = 2312,14 \text{ А}.$$

Максимальное значение основного магнитного потока

$$\Phi_{\text{max}} = \frac{E_{\text{вит}}}{4,44 \cdot f \cdot w} = \frac{5}{4,44 \cdot 50 \cdot 1} = 0,0225 \text{ Вб}.$$

Площадь поперечного сечения стержня

$$Q_{\text{ст}} = \frac{\Phi_{\text{max}}}{B_{\text{max}} \cdot k_{\text{ст}}} = \frac{0,0225}{1,55 \cdot 0,97} = 0,01497 \text{ м}^2.$$

Число витков вторичной обмотки

$$w_2 = \frac{U_{2\text{ном}}}{4,44 \cdot f \cdot \Phi_{\text{max}}} = \frac{400}{4,44 \cdot 50 \cdot 0,0225} = 80 \text{ витков}.$$

Число витков первичной обмотки  $w_1 = w_2 \cdot n = 80 \cdot 25 = 2000$  витков.

*Замечание:* ЭДС одного витка можно найти:  $E_{\text{вит}} = \frac{U_{2\text{ном}}}{w_2} = \frac{U_{1\text{ном}}}{w_1}$ .

**Пример 4.2.** Трехфазный трансформатор имеет: номинальное напряжение  $U_{1\text{ном}} = 127 \text{ В}$ , ток холостого хода  $I_{0\text{ном}} = 20,5 \text{ А}$ , коэффициент мощности холостого хода  $\cos \varphi_{0\text{ном}} = 0,08$ . Соединение обмоток трансформатора Y/Y. Частота переменного тока сети  $f = 50 \text{ Гц}$ .

**Определить** параметры намагничивающего контура.

**Решение:** Полное сопротивление ветви намагничивания

$$Z_m = \frac{U_{10}}{I_0} = \frac{U_{1\text{ном}}}{I_{0\text{ном}}} = \frac{127}{20,5} = 6,2 \text{ Ом}.$$

Активное сопротивление намагничивающего контура  $R_m$ :

$$R_m = \frac{P_0}{I_0^2} = Z_m \cdot \cos \varphi_{0\text{ном}} = 6,2 \cdot 0,08 = 0,49 \text{ Ом}.$$

Индуктивное сопротивление:

$$X_m = \sqrt{Z_m^2 - R_m^2} = \sqrt{6,2^2 - 0,49^2} = 6,18 \text{ Ом}.$$

**Пример 4.3.** Трехфазный трансформатор имеет: номинальную мощность  $S_{\text{ном}} = 100 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ , номинальное первичное напряжение  $U_{1\text{ном}} = 0,5 \text{ кВ}$ , номинальное вторичное напряжение  $U_{2\text{ном}} = 0,23 \text{ кВ}$ , напряжение короткого замыкания  $u_k \% = 5,5\%$ , ток холостого хода  $i_0 \% = 6,5\%$ , мощности холостого хода  $P_0 = 0,65 \text{ кВт}$  и короткого замыкания  $P_k = 2 \text{ кВт}$ , коэффициент мощности нагрузки  $\cos \varphi_2 = 0,8$  (характер нагрузки реактивный). Соединение обмоток трансформатора Y/Y. Частота переменного тока сети  $f = 50 \text{ Гц}$ .

**Определить:** номинальный ток первичной цепи; ток холостого хода; коэффициент мощности холостого хода и короткого замыкания; напряжение короткого замыкания, его активную и реактивную составляющие; сопротивление короткого замыкания, его активную и реактивную составляющие; коэффициент полезного действия при номинальной нагрузке и максимальный КПД; номинальное изменение напряжения при сбросе нагрузки.

**Построить** внешнюю характеристику трансформатора  $U_2 = f(\beta)$  при номинальной нагрузке.

**Решение.** Номинальный ток первичной цепи (ток короткого замыкания)

$$I_{1к} = I_{1ном} = \frac{S_{ном}}{\sqrt{3} \cdot U_{1ном}} = \frac{100 \cdot 10^3}{1,73 \cdot 0,5 \cdot 10^3} = 115,6 \text{ А}.$$

Напряжение короткого замыкания

$$U_k = \left( u_k \% / 100 \right) \cdot U_{1ном} = \left( 5,5 / 100 \right) \cdot 500 = 27,5 \text{ В}.$$

Коэффициент мощности короткого замыкания

$$\cos \varphi_k = \frac{P_k}{\sqrt{3} \cdot U_{1ном} \cdot I_{1к}} = \frac{2000}{1,73 \cdot 27,5 \cdot 115,6} = 0,36;$$

$$\varphi_k = 69^\circ; \sin \varphi_k = 0,93.$$

Активная и реактивная составляющие напряжение короткого замыкания

$$u_{к.а} = u_k \% \cdot \cos \varphi_k = 5,5 \cdot 0,36 = 1,98\%,$$

$$u_{к.р} = u_k \% \cdot \sin \varphi_k = 5,5 \cdot 0,93 = 5,1\%.$$

Полное сопротивление короткого замыкания

$$Z_k = \frac{U_k}{\sqrt{3} \cdot I_{1к}} = \frac{27,5}{1,73 \cdot 115,6} = 0,137 \text{ Ом}.$$

Активная и реактивная составляющие сопротивление короткого замыкания

$$r_k = Z_k \cdot \cos \varphi_k = 0,137 \cdot 0,36 = 0,05 \text{ Ом},$$

$$x_k = Z_k \cdot \sin \varphi_k = 0,137 \cdot 0,93 = 0,13 \text{ Ом}.$$

Ток холостого хода

$$I_0 = \left( i_0 \% / 100 \right) \cdot I_{1ном} = \left( 6,5 / 100 \right) \cdot 115,6 = 7,5 \text{ А}.$$

Коэффициент мощности холостого хода

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3} \cdot U_{1ном} \cdot I_0} = \frac{650}{1,73 \cdot 7,5 \cdot 500} = 0,10.$$

Коэффициент полезного действия при номинальной нагрузке (коэффициент нагрузки  $\beta = 1$ )

$$\eta = \frac{\beta \cdot S_{ном} \cdot \cos \varphi_2}{\beta \cdot S_{ном} \cdot \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 \cdot P_k} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{1 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{1 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 0,8 + 0,65 \cdot 10^3 + 1^2 \cdot 2 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 96,7\%$$

Коэффициент нагрузки, соответствующий максимальному КПД:

$$\beta' = \sqrt{P_0 / P_k} = \sqrt{0,65 / 2} = 0,57.$$

Максимальный КПД

$$\eta_{\max} = \frac{\beta' \cdot S_{\text{ном}} \cdot \cos \varphi_2}{\beta' \cdot S_{\text{ном}} \cdot \cos \varphi_2 + 2 \cdot P_0} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{0,57 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{0,57 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,65 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 97,2\%$$

Номинальное изменение напряжения при сбросе нагрузки (реактивная нагрузка).

Для индуктивного характера нагрузки:  $\cos \varphi_2 = 0,8$  и  $\sin \varphi_2 = 0,6$

$$\Delta U_{\text{ном}} = u_{\text{к.а}} \cdot \cos \varphi_2 + u_{\text{к.р}} \cdot \sin \varphi_2 = 1,98 \cdot 0,8 + 5,1 \cdot 0,6 = 4,64\%$$

Для емкостного характера нагрузки:  $\cos \varphi_2 = 0,8$  и  $\sin \varphi_2 = -0,6$

$$\Delta U_{\text{ном}} = u_{\text{к.а}} \cdot \cos \varphi_2 + u_{\text{к.р}} \cdot \sin \varphi_2 = 1,98 \cdot 0,8 + 5,1 \cdot (-0,6) = -1,476\%$$

Для построения внешней характеристики найдем значение вторичного напряжения при номинальной нагрузке:

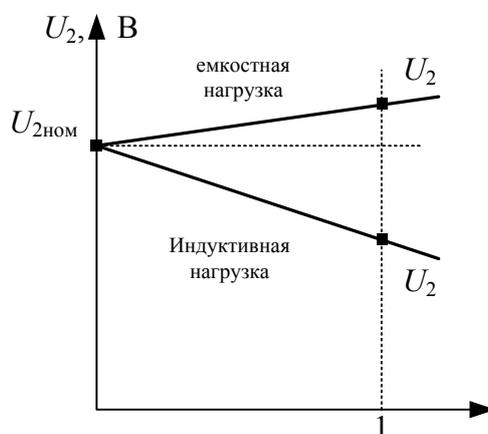
для индуктивной нагрузки

$$U_2 = U_{2\text{ном}} - \frac{\Delta U_{\text{ном}}}{100} \cdot U_{2\text{ном}} = 230 - \frac{4,64}{100} \cdot 230 = 219,328 \text{ В},$$

для емкостной нагрузки

$$U_2 = U_{2\text{ном}} - \frac{\Delta U_{\text{ном}}}{100} \cdot U_{2\text{ном}} = 230 - \frac{(-1,476)}{100} \cdot 230 = 233,395 \text{ В}.$$

Внешняя характеристика:



#### 4.9. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 4.1.** Номинальные значения первичного и вторичного напряжения однофазного трансформатора  $U_{1\text{ном}} = 110 \text{ кВ}$  и  $U_{2\text{ном}} = 6,3 \text{ кВ}$ , номинальный первичный ток  $I_{1\text{ном}} = 95,5 \text{ А}$ . Определить номинальную мощность трансформатора и номинальный вторичный ток.

**Задача 4.2.** В однофазном трансформаторе номинальной мощностью  $S_{\text{ном}} = 100$  кВА, номинальными напряжениями  $U_{1\text{ном}} = 6$  кВ и  $U_{2\text{ном}} = 0,4$  кВ, максимальное значение магнитной индукции в стержне  $B_{\text{max}} = 1,4$  Тл, ЭДС одного витка  $E_{\text{вит}} = 5$  В. Частота переменного тока сети  $f = 50$  Гц, коэффициент заполнения стержня сталью  $k_{\text{ст}} = 0,93$ . Определить число витков в обмотках, номинальные значения токов в обмотках, площадь поперечного сечения.

**Задача 4.3.** Трехфазный трансформатор имеет: номинальную мощность  $S_{\text{ном}} = 25$  кВ·А, номинальное первичное напряжение  $U_{1\text{ном}} = 10$  кВ, напряжение короткого замыкания  $u_{\text{к}}\% = 4,5\%$ , ток холостого хода  $i_0\% = 3,2\%$ , мощности холостого хода  $P_0 = 0,13$  кВт и короткого замыкания  $P_{\text{к}} = 0,6$  кВт. Соединение обмоток трансформатора Y/Y. Частота переменного тока сети  $f = 50$  Гц. Определить полное сопротивление короткого замыкания, его активную и реактивную составляющие; параметры намагничивающего контура.

**Задача 4.4.** Трехфазный трансформатор имеет: номинальное вторичное напряжение  $U_{2\text{ном}} = 0,4$  кВ, напряжение короткого замыкания  $u_{\text{к}}\% = 6,5\%$ , коэффициент мощности короткого замыкания  $\cos\varphi_{\text{к}} = 0,31$ ; коэффициент мощности нагрузки  $\cos\varphi_2 = 0,8$  (характер нагрузки емкостный). Соединение обмоток трансформатора Y/Y. Частота переменного тока сети  $f = 50$  Гц. Определить номинальное изменение вторичного напряжения (%) и значение вторичного напряжения (В) при номинальной емкостной нагрузке.

**Задача 4.5.** Задана полная номинальная мощность трехфазного трансформатора  $S_{\text{ном}} = 100$  кВА, номинальные мощности холостого хода  $P_0 = 0,465$  кВт и короткого замыкания  $P_{\text{к}} = 1,97$  кВт, коэффициент мощности нагрузки  $\cos\varphi_2 = 0,8$ . Соединение обмоток трансформатора Y/Y. Частота переменного тока сети  $f = 50$  Гц. Определить коэффициент полезного действия при номинальной нагрузке и максимальный КПД.

#### 4.10. Индивидуальное задание № 4 для самостоятельной работы «Расчет параметров трансформатора»

**Задание 1.** Трехфазный трансформатор имеет: номинальную мощность  $S_{\text{ном}}$ ; номинальное первичное  $U_{1\text{ном}}$  и вторичное  $U_{2\text{ном}}$  напряжения; номинальный ток во вторичной цепи  $I_{2\text{ном}}$ ; коэффициент трансформации  $n$ ; число витков в обмотках  $w_1$  и  $w_2$ ; максимальное значение магнитной индукции в стержне  $B_{\text{max}}$ ; максимальное значение основного

магнитного потока  $\Phi_{\max}$ ; площадь поперечного сечения стержня  $Q_{\text{ст}}$ ; ЭДС одного витка  $E_{\text{вит}}$ .

**Определить**, для выбранного варианта, значения параметров трансформатора не указанные в таблице 4.1.

**Примечания:**

1. Соединение обмоток трансформатора Y/Y.
2. Частота переменного тока сети  $f = 50$  Гц.
3. Коэффициент заполнения стержня сталью  $k_{\text{ст}} = 0,97$ .
4. Число витков в обмотках необходимо округлить до целого числа.
5. Исходные данные и результаты расчетов представить в виде таблицы

Таблица 4.1

*Параметры трансформатора*

№	$S_{\text{ном}}$ кВ·А	$U_{1\text{ном}}$ кВ	$U_{2\text{ном}}$ кВ	$I_{2\text{ном}}$ А	$n$	$w_1$ ВИТ	$w_2$ ВИТ	$B_{\text{max}}$ Тл	$\Phi_{\text{max}}$ Вб	$Q_{\text{ст}}$ м <sup>2</sup>	$E_{\text{вит}}$ В
1	25	—	0,23	—	—	2136	—	1,58	—	0,0087	—
2	63	6	0,4	—	—	—	78	1,58	—	—	—
3	160	6	—	—	8,696	696	—	1,62	—	—	—
4	400	—	0,4	—	15	—	33	—	—	0,0361	—
5	—	—	0,4	360,9	87,5	—	—	1,58	—	—	11,18
6	1000	20	0,69	—	—	—	—	1,59	—	0,0661	—
7	2500	20	0,69	—	—	522	—	—	—	0,1124	—
8	250	—	—	361	25	—	36	1,55	—	—	6,3
9	—	6	—	837	—	—	31	1,58	—	0,0659	—
10	25	6	0,4	—	—	—	116	1,55	—	—	—
11	63	10	—	—	43,47	1826	—	1,6	—	—	—
12	160	—	0,69	—	29	—	81	—	—	0,02446	—
13	—	6	—	733	1,9	118	—	1,55	—	—	—
14	400	10	0,23	—	—	—	—	1,55	—	—	14,32
15	1000	10	0,69	—	—	449	—	1,57	—	—	—
16	2500	—	3,15	—	3,2	—	85	1,56	—	—	—
17	—	—	—	627,5	152	—	28	1,62	—	0,0235	—
18	63	20	0,4	—	—	3600	—	1,58	—	—	—
19	160	10	0,4	—	—	—	48	1,57	—	—	—
20	1000	20	—	836	—	870	—	1,55	—	—	6,28
21	2500	35	—	—	5,55	944	—	1,6	—	—	—

Окончание таб. 4.1

№	$S_{\text{НОМ}}$ кВ·А	$U_{1\text{НОМ}}$ кВ	$U_{2\text{НОМ}}$ кВ	$I_{2\text{НОМ}}$ А	$n$	$w_1$ ВИТ	$w_2$ ВИТ	$B_{\text{max}}$ Тл	$\Phi_{\text{max}}$ Вб	$Q_{\text{СТ}}$ м <sup>2</sup>	$E_{\text{ВИТ}}$ В
22	4000	35	–	–	11,11	778	–	–	–	0,129	–
23	25	10	0,23	–	–	–	–	1,59	–	–	3,14
24	63	–	0,4	–	15	1170	–	1,55	–	–	–
25	160	35	0,69	–	–	–	–	1,62	–	0,0243	–

**Примечание:** объем задания уточняет лектор.

**Задание 2.** Трехфазный трансформатор имеет: номинальную мощность  $S_{\text{НОМ}}$ ; номинальное первичное напряжение  $U_{1\text{НОМ}}$ ; номинальное вторичное напряжение  $U_{2\text{НОМ}}$ ; номинальный ток первичной цепи  $I_{1\text{НОМ}}$ ; напряжение короткого замыкания  $U_{\text{к}}$ ,  $u_{\text{к}}\%$ , его активная  $u_{\text{к.а}}$  и реактивная  $u_{\text{к.р}}$  составляющие; сопротивление короткого замыкания  $Z_{\text{к}}$ , его активная  $r_{\text{к}}$  и реактивная  $x_{\text{к}}$  составляющие; ток холостого хода  $I_0$ ,  $i_0\%$ ; мощности холостого хода  $P_0$  и короткого замыкания  $P_{\text{к}}$ ; коэффициент мощности холостого хода  $\cos\varphi_0$  и короткого замыкания  $\cos\varphi_{\text{к}}$ ; номинальное изменение напряжения при сбросе нагрузки  $\Delta U_{\text{НОМ}}$ ; коэффициент мощности нагрузки  $\cos\varphi_2$  (характер нагрузки); коэффициент полезного действия  $\eta$  при номинальной нагрузке ( $\beta=1$ ) и максимальный КПД  $\eta_{\text{max}}$ .

**Определить,** для выбранного варианта, значения параметров трансформатора не указанные в таблицах 4.2, 4.3.

**Построить** внешнюю характеристику трансформатора  $U_2 = f(\beta)$  при номинальной нагрузке ( $\beta = 1$ ).

**Примечания:**

1. Соединение обмоток трансформатора Y/Y.
2. Частота переменного тока сети  $f = 50$  Гц.
3. Исходные данные и результаты расчетов представить в виде таблицы.

Таблица 4.2

Параметры трансформатора

№	$S_{\text{НОМ}}$ кВ·А	$U_{1\text{НОМ}}$ кВ	$U_{2\text{НОМ}}$ кВ	$I_{1\text{НОМ}}$ А	$P_0$ кВт	$I_0$ А	$i_0$ %	$\cos\varphi_0$	$P_{\text{к}}$ кВт	$U_{\text{к}}$ В
1	25	10	0,4	–	0,13	–	3,2	–	0,6	–
2	–	6	0,4	3,87	0,175	0,115	–	–	0,88	280
3	63	10	0,4	–	–	0,10	–	0,15	–	450

Окончание таб. 4.2

№	$S_{\text{НОМ}}$ кВ·А	$U_{\text{НОМ}}$ кВ	$U_{2\text{НОМ}}$ кВ	$I_{\text{НОМ}}$ А	$P_0$ кВт	$I_0$ А	$i_0$ %	$\cos\varphi_0$	$P_{\text{к}}$ кВт	$U_{\text{к}}$ В
4	—	6	0,4	9,6	—	—	2,6	0,13	—	—
5	—	10	0,525	9,2	0,51	—	2,4	—	2,65	—
6	2500	—	0,69	144	—	—	1	0,13	—	—
7	160	—	0,525	9,2	0,46	—	2,4	—	2,65	—
8	—	10	0,69	2,3	0,15	0,072	—	—	0,88	475
9	63	3	0,69	—	—	0,35	—	0,1	—	153
10	—	20	0,69	2,9	—	—	2,8	0,3	—	—
11	—	20	0,4	4,6	0,46	—	2,4	—	2,65	—
12	2500	—	6,3	72,2	—	—	1,3	0,136	—	—
13	4000	35	11	—	5,4	—	1	—	33	—
14	—	20	0,4	1,819	—	—	2,9	0,119	—	—
15	—	3	0,525	4,8	0,105	—	3,2	—	0,6	165
16	40	10	0,525	—	—	—	3	0,125	—	—
17	63	3	0,69	—	0,22	—	2,8	—	1,28	—
18	100	20	0,69	—	—	0,075	—	0,15	—	935
19	1000	35	11	—	2,1	—	1,4	—	—	—
20	2500	20	6,3	—	3,9	—	1	—	25	—
21	—	35	0,525	6,6	—	—	2,1	0,136	—	—
22	25	3	0,525	—	—	0,151	—	0,15	—	143
23	—	10	0,4	5,8	0,31	—	2,6	—	—	—
24	—	20	0,4	11,55	1,2	0,33	—	—	5,5	951
25	40	3	0,69	—	—	—	3,2	0,125	—	—

Таблица 4.3

Параметры трансформатора

№	$\cos\varphi_{\text{к}}$	$u_{\text{к}}$ %	$u_{\text{к.а}}$ %	$u_{\text{к.р}}$ %	$Z_{\text{к}}$ Ом	$r_{\text{к}}$ Ом	$x_{\text{к}}$ Ом	$\cos\varphi_2$ Тип нагрузки	$\eta$ %	$\eta_{\text{max}}$ %	$\Delta U_{\text{НОМ}}$ %
1	—	4,5	—	—	—	—	—	1 Акт	—	—	—
2	—	—	—	—	—	—	—	1 Акт	—	—	—
3	0,7	4,5	—	—	—	—	—	1 Акт	—	—	—
4	0,3	—	1,95	6,2	—	—	—	1 Акт	—	—	—
5	—	4,5	—	—	—	—	—	1 Акт	—	—	—
6	—	—	—	—	—	0,5	2,6	1 Акт	—	—	—
7	—	5,5	—	—	—	—	—	0,8 Инд	—	—	—
8	—	—	—	—	—	—	—	0,8 Инд	—	—	—
9	0,4	—	—	—	—	—	—	0,8 Инд	—	—	—
10	—	4,5	1,97	—	—	—	—	0,8 Инд	—	—	—
11	—	6,5	—	—	—	—	—	0,8 Инд	—	—	—
12	—	—	—	—	—	1,6	10,3	0,8 Инд	—	—	—
13	—	5,5	—	—	—	—	—	0,8 Емк	—	—	—

Окончание таб. 4.3

№	$\cos\varphi_k$	$u_k$ %	$u_{k.a}$ %	$u_{k.p}$ %	$Z_k$ Ом	$r_k$ Ом	$x_k$ Ом	$\cos\varphi_2$ Тип нагрузки	$\eta$ %	$\eta_{max}$ %	$\Delta U_{ном}$ %
14	0,33	—	2,16	—	—	—	—	0,8 ЕМК	—	—	—
15	—	—	—	—	—	—	—	0,8 ЕМК	—	—	—
16	—	—	—	—	—	55	137,5	0,8 ЕМК	—	—	—
17	—	5,5	—	—	—	—	—	0,8 ЕМК	—	—	—
18	—	—	—	—	—	80	—	0,8 ЕМК	—	—	—
19	0,22	—	1,2	—	—	—	—	1 АКТ	—	—	—
20	—	5,5	—	—	—	—	—	1 АКТ	—	—	—
21	—	—	—	—	—	42	194	0,7 Инд	—	—	—
22	—	—	—	—	—	7	—	0,7 Инд	—	—	—
23	—	—	1,97	—	50	—	—	0,7 ЕМК	—	—	—
24	—	—	—	—	—	—	—	0,7 ЕМК	—	—	—
25	—	—	—	—	—	4,9	13,8	0,7 Инд	—	—	—

**Примечание:** объем задания уточняет лектор.

## 5. АСИНХРОННЫЕ ДВИГАТЕЛИ

### 5.1. Общие сведения

Асинхронная машина – это машина, в которой при работе возбуждается вращающееся магнитное поле, но ротор вращается асинхронно, т.е. со скоростью, отличной от скорости поля.

В зависимости от числа питающих фаз различают трехфазные и однофазные асинхронные двигатели (АД). Трехфазный асинхронный двигатель может успешно работать при питании от однофазной сети, если соблюдать определенные условия. Трехфазные и однофазные асинхронные двигатели широко используются в сельском хозяйстве, строительстве промышленности, в частном секторе, в домашних мастерских, на садовых участках и др. Однофазные АД работают в вентиляторах, в стиральных машинах, в электрических инструментах и т.д.

Широкое использование асинхронных двигателей обусловлено с их достоинствами. АД – просты в конструкции и изготовлении, надежные и самые не дорогостоящие среди электрических двигателей, так же обеспечивают минимальные эксплуатационные расходы. К достоинствам асинхронного двигателя также относится высокий пусковой момент и высокая перегрузочная способность. Асинхронный двигатель может работать с длительной перегрузкой, допускает частые пуски, остановки и реверсы.

Основной недостаток асинхронных двигателей – сложность регулирования частоты вращения.

Номинальными называют параметры – это параметры двигателя, при которых он может работать в течение всего срока эксплуатации. К паспортным (номинальным) данным двигателя относятся: ток статора; мощность на валу; напряжение обмотки статора; частота напряжения сети; частота вращения ротора в об/мин; коэффициент мощности; КПД. В каталогах на двигатели приводят кратность пускового момента; кратность пускового тока; кратность максимального момента, которая называется *перегрузочной способностью* двигателя.

В паспорте АД приводят два значения напряжения, например, 380/220 В. Фазное напряжение обмотки статора – меньшее значение напряжения. К соединению обмотки статора в «звезду» относится большее значение напряжения, а меньшее – в «треугольник». Для тока статора соответственно указывают так же два значения.

## 5.2. Устройство асинхронного двигателя

Трехфазный асинхронный двигатель традиционного исполнения – это электрическая машина, состоящая из двух основных частей: неподвижного *статора* и вращающегося на валу двигателя *ротора*.

**Статор двигателя** состоит из станины, в которую впрессовывают электромагнитное ядро статора, которое состоит из магнитопровода и трехфазной обмоткой. Ядро выполняет намагничивание машины, т.е. создает вращающееся магнитное поле. Магнитопровод статора выполняют из тонких (от 0,28 до 1 мм) штампованных из специальной электротехнической стали листов, изолированных друг от друга. В листах различают зубцовую зону и ярмо. Листы собирают и скрепляют так, чтобы в магнитопроводе формируются пазы и зубцы статора. Назначение магнитопровода заключается в том, что он, во-первых, представляет для магнитного потока наименьшее магнитное сопротивление, создаваемого обмоткой статора, во-вторых, магнитопровод, благодаря явлению намагничивания, этот поток усиливает.

В пазы магнитопровода статора укладывается распределенная трехфазная обмотка. Обмотка в простом исполнении состоит из трех фазных катушек. Их оси по отношению друг к другу сдвинуты в пространстве на угол  $120^\circ$ . Чтобы распределить многовитковую катушку по нескольким пазам, нужно ее разделить на соответствующее число соединенных последовательно секций. В свою очередь каждая секция состоит из нескольких витков. На схемах обмоток обычно показываются не отдельные витки, а только стороны секций. Секции обмотки укладываются в пазы.

Внутри статора существует постоянное по значению равномерно вращающееся магнитное поле. Основным условием создания такого поля является пространственный и временной сдвиг токов на  $120^\circ$ . Способ создания вращающегося магнитного поля положен в основу устройства трехфазных асинхронных двигателей. Если поменять любые две фазы местами (при этом изменится последовательность токов), то суммарное магнитное поле будет вращаться против часовой стрелки. Изменением последовательности чередования фаз пользуются для изменения направления вращения ротора, т.е. для реверсирования.

**Ротор двигателя** состоит из магнитопровода. Его набирают из штампованных листов стали с пазами, в которых располагается обмотка ротора. Различают два вида обмоток ротора: *короткозамкнутую* и *фазную*.

Наиболее распространена *короткозамкнутая обмотка* типа «беличьей клетки». У крупных двигателей обмотка ротора включает мед-

ные или латунные стержни. Их вбивают в пазы, а по торцам устанавливают короткозамыкающие кольца, к которым приваривают или припаивают стержни.

Для малой и средней мощности АД обмотку ротора изготавливают из алюминиевого сплава путем литья под давлением. Для улучшения условий охлаждения двигателя принтом в пакете ротора отливаются короткозамыкающие кольца с крылышками вентиляторов и стержни, затем пакет напрессовывается на вал.

«Беличья клетка» в электрическом отношении представляет собой многофазную обмотку, соединенную звездой и замкнутую накоротко.

*Фазная обмотка* аналогична обмотке статора, соединенной в «звезду». Начала присоединяют к контактными кольцам, расположенным на валу двигателя. Концы обмотки ротора соединяют вместе и изолируют. На контактные кольца, изолированные друг от друга и от вала двигателя и вращающиеся вместе с ротором, накладываются неподвижные щетки, к которым присоединяют внешние цепи. Такая конструкция позволяет, изменять сопротивление ротора, тем самым регулировать скорость вращения двигателя и ограничивать пусковые токи.

### 5.3. Принцип действия трехфазных асинхронных двигателей

Режим работы трехфазной асинхронной машины определяется электромагнитным взаимодействием токов в обмотках статора и ротора.

В режиме двигателя на обмотку статора подается симметричная система токов и в машине создается вращающееся магнитное поле, частота вращения которого (синхронная)  $n_c$ . Силовые линии этого поля пересекают обмотку ротора, и в ней по закону электромагнитной индукции наводится ЭДС, и по обмотке протекают токи. Взаимодействие вращающегося магнитного поля и токов ротора создает вращающий момент. При достаточно большом моменте ротор приходит во вращение и при установившейся частоте вращения  $n_2$ , которая соответствует равенству вращающего момента тормозному. Вращающееся поле статора и поле ротора взаимно неподвижны и составляют, единое поле машины.

Режим работы асинхронной машины называется двигательным, при котором и  $0 \leq n_2 < n_c$ .

Относительную разность частот вращения магнитного поля и ротора называют *скольжением*:

$$s = \frac{n_c - n_2}{n_c}.$$

Очевидно, что при двигательном режиме  $0 < s < 1$  и асинхронная машина преобразует электрическую энергию в механическую.

Частоту вращения поля статора называют синхронной  $n_c$ . Она зависит лишь от частоты тока статора  $f$  (Гц) и числа пар полюсов ( $p$ ) статора двигателя:

$$n_c = \frac{60 \cdot f}{p} \text{ (об/мин)}.$$

#### 5.4. Уравнения электрического состояния фазы статора и ротора асинхронного двигателя

Вращающееся магнитное поле индуцирует в каждом из витков обмотки статора ЭДС с действующим значением:

$$E_B = 4,44 \cdot f \cdot \Phi_B,$$

где  $f$  – частота питающей сети,  $\Phi_B$  – постоянное значение магнитного потока вращающегося поля, пронизывающего виток.

Тогда ЭДС, индуцируемая вращающимся магнитным полем в каждой фазной обмотке статора:

$$E_1 = E_B \cdot w_1 \cdot k_{об1} = 4,44 \cdot f \cdot w_1 \cdot k_{об1} \cdot \Phi_B,$$

где  $w_1$  – число витков обмотки;  $k_{об1}$  – обмоточный коэффициент, который учитывает уменьшение ЭДС из-за сдвига фаз между ЭДС отдельной секции и из-за укорочения шага ( $k_{об1} = 0,92 \div 0,96\%$ ); шаг – расстояние между сторонами секций.

В фазной обмотке статора ЭДС индуцируются не только вращающимся магнитным полем, магнитные линии которого сцепляются одновременно с проводниками статора и ротора. Каждая фазная обмотка статора имеет также магнитный поток рассеяния – это часть потока статора, линии магнитной индукции которого замыкаются помимо ротора (в воздушном зазоре) и чем больше воздушный зазор, тем больше поток рассеяния.

Ток в обмотке ротора создается ЭДС, индуцируемой в этой обмотке вращающимся магнитным полем машины. Пока ротор неподвижен, ЭДС, индуцируемую в каждой из фаз его обмотки можно рассчитывать также как и ЭДС, индуцируемую в обмотке статора:

$$E_{2H} = 4,44 \cdot f \cdot w_2 \cdot k_{об2} \cdot \Phi_B,$$

где для короткозамкнутого ротора  $w_2 = 1/2$ ,  $k_{об2} = 1$ .

Но во время работы двигателя ротор вращается вслед за полем, что вызывает изменение частоты индуцируемой в нем ЭДС. Частота ЭДС, индуцируемой в роторе:

$$f_2 = \frac{p(n_c - n_2)}{60} = f \cdot s.$$

Тогда ЭДС вращающегося ротора :  $E_2 = E_{2H} \cdot s$ .

Эта ЭДС создает в каждой из фаз обмотки ротора ток

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + (\omega_2 \cdot L_2)^2}} = \frac{E_{2H} \cdot s}{\sqrt{R_2^2 + (s \cdot \omega \cdot L_2)^2}},$$

где  $R_2$  – активное сопротивление фазы обмотки ротора;  $L_2$  – индуктивность рассеяния ротора, т.е. индуктивность, обусловленная той частью потока ротора, которая не сцепляется с обмоткой статора.

Полное сопротивление ротора  $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (s \cdot \omega \cdot L_2)^2}$  возрастает с увеличением скольжения.

Сила тока в обмотке ротора увеличивается с повышением скольжения, вследствие возрастания  $E_2$ , но одновременно увеличивается индуктивное сопротивление ротора. Благодаря этому сила тока возрастает далеко не в такой мере, в какой увеличивается ЭДС ротора.

К уменьшению скорости ротора, к увеличению скольжения, соответственно, ЭДС и тока ротора приводит увеличение нагрузки двигателя. Это способствует увеличению размагничивающего потока ротора и, следовательно, уменьшению рабочего потока. Но уменьшение рабочего потока вызывает уменьшение ЭДС в фазе статора и увеличение тока, что компенсирует размагничивающее действие потока ротора. Следовательно, любое увеличение механической мощности на валу машины вызывает увеличение электрической мощности, потребляемой из сети.

## 5.5. Электромагнитный момент и механическая характеристика двигателя

Формула, связывающая величину электромагнитного момента с конструктивными величинами и физическими явлениями, происходящими в двигателе:

$$M_{эм} = C_m \cdot \Phi \cdot I_1 \cdot \cos \psi_2,$$

где  $\Phi$  – рабочий поток машины;  $I_1 \cos \psi_2$  – активная составляющая тока в фазе ротора;  $\psi_2$  – фазовый сдвиг между ЭДС  $E_2$  и током в фазе ротора;  $C_m = p \cdot m_2 \cdot K_{об2}$  – конструктивная постоянная машины, зависящая от числа пар полюсов  $p$ , числа фаз обмоток ротора  $m_2$  (для короткозамкнутого ротора  $m_2$  равно числу стержней обмотки) и обмоточного коэффициента  $K_{об2}$ , который для обмотки типа «беличья клетка» равен единице.

Однако величины в этой формуле не связаны явно с режимом работы машины и напряжением питающей сети. Для практического использования целесообразно использовать формулу, которая позволяет определить величину электромагнитного момента через скольжение машины, параметры обмоток и напряжение сети.

$$M_{\text{эм}} = \frac{3 \cdot p \cdot U_1^2 \cdot R'_2}{2\pi \cdot f \cdot s \left[ \left( R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X'_2)^2 \right]}$$

Данная формула показывает, что в двигателе электромагнитный момент зависит от скольжения  $s$ , частоты питающей сети  $f$  и числа пар полюсов статора  $p$ ; от квадрата фазного напряжения двигателя  $U_1$ , от активных и реактивных сопротивлений обмоток статора  $R_1, X_1$  и ротора  $R'_2, X'_2$ .

В установившемся режиме можно без большой погрешности положить, что электромагнитный момент двигателя равен вращающему моменту на его валу.

Зависимость вращающего момента от скольжения при неизменном напряжении и параметрах обмоток  $M = f(s)$  или зависимость установившейся частоты вращения от момента, развиваемого двигателем  $n_2 = f(M)$ , называют *механической характеристикой* асинхронного двигателя.

Для асинхронных двигателей средней мощности характерны следующие соотношения:

- 1) кратность пускового момента  $m_{\text{п}} = \frac{M_{\text{пуск}}}{M_{\text{н}}} = 1,8 \div 2$ ;
- 2) кратность максимального момента  $m_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{н}}} = 2 \div 2,5$  – ха-

рактеризует перегрузочную способность двигателя.

Максимальный момент достигается при критическом скольжении  $s_{\text{кр}}$ . Максимум вращающего момента разделяет кривую механической характеристики на устойчивую часть от  $s = 0$  до  $s_{\text{кр}}$  и неустойчивую часть от  $s_{\text{кр}}$  до  $s = 1$ , в пределах которой вращающий момент уменьшается с ростом скольжения.

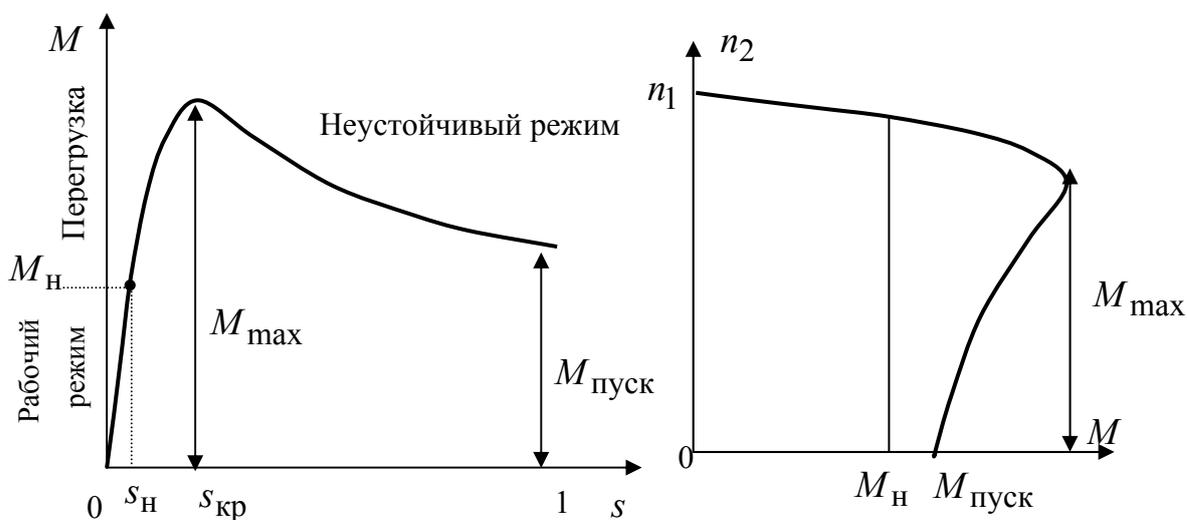


Рис.5.1. Механические характеристики асинхронного двигателя

Под устойчивостью здесь понимается способность двигателя восстанавливать установившуюся частоту вращения при кратковременных изменениях нагрузки, питающей сети. Способность двигателя развивать вращающий электромагнитный момент, равный моменту нагрузки на валу в диапазоне устойчивой работы называют свойством саморегулирования.

Работа двигателя устойчива при условии:

$$\frac{dM_{\text{эм}}}{ds} > 0.$$

Чтобы расширить диапазон устойчивой работы увеличивают активное сопротивление фазы ротора, так чтобы  $s_{\text{кр}} > 1$ . Тогда двигатель будет работать устойчиво в диапазоне скоростей от 0 до  $n_c$ .

Для упрощенного анализа можно пользоваться приближенным уравнением механической характеристики, которое называют также уравнением Клосса:

$$M(s) = \frac{2 \cdot m_{\text{max}}}{\frac{s}{s_{\text{кр}}} + \frac{s_{\text{кр}}}{s}}.$$

Уравнение Клосса широко используется для практических расчетов и построения механической характеристики. Максимальный момент определяют по каталогу, далее, положив  $s = 1$  определяют  $s_{\text{кр}}$  и, подставив его в формулу получают однозначную зависимость момента от

скольжения. Подставляя в выражение значения скольжения от 0 до 1, определяют соответствующие значения момента.

Различают естественные и искусственные характеристики. Естественная – это характеристика, снятая при номинальном напряжении и отсутствии дополнительных сопротивлений в контурах машины. Все остальные характеристики – искусственные.

## 5.6. Потери в двигатели и КПД

В асинхронном двигателе различают: потери в обмотках статора и ротора, потери в стали статора и ротора, дополнительные или механические потери, связанные с вентиляцией, машины, на трение в подшипниках и т. д.

Баланс мощностей в асинхронном двигателе выражается уравнением:

$$P_1 = P_{m1} + P_{C1} + P_{m2} + P_{C2} + P_{\text{мех}} + P_2 + P_{\text{доб}},$$

где

$P_1 = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cos \varphi_1$  – активная мощность, потребляемая из сети;

$P_{m1} = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_1$  – потери в меди обмотки статора;

$P_{m2} = m_2 \cdot I_2^2 \cdot R_2$  – потери в меди ротора;

$P_{C1}, P_{C2}$  – потери в стали статора и ротора;

$P_{\text{эм}} = M \cdot \Omega_1$  – электромагнитная мощность;

$P_2 = M \cdot \Omega_2$  – полезная мощность на валу машины;

$\Omega_1, \Omega_2 = \Omega_1(1-s) = \pi \cdot n_2/30$  (рад/с) – угловая частота вращения статора и ротора;

$M$  – момент нагрузки на валу машины;

$P_{\text{доб}}$  – добавочные потери в двигателе.

В установившемся режиме потери в сердечнике ротора, через который замыкается магнитный поток, практического значения не имеют, так как частота тока в роторе весьма мала ( $1 \div 3$  Гц), а при такой частоте потери в стали незначительны.

Разность между подводимой от сети мощностью  $P_1$  и потерями в меди и стали статора определяет электромагнитной мощностью  $P_{\text{эм}}$ , которая подводится к ротору через воздушный зазор посредством электромагнитного поля.

Добавочные потери в асинхронных машинах возникают из-за пульсаций потока вследствие зубчатости статора и ротора, а также вызываются потоками высших гармоник и некоторыми технологическими факторами. Их расчет, затруднителен, поэтому в соответствии с ГОСТ

25941-83 при номинальном токе статора добавочные потери принимают приблизительно равными  $P_{\text{доб}} = 0,005 \cdot P_1$ .

Коэффициентом полезного действия электродвигателя называется отношение полезной механической мощности на его валу к электрической мощности, потребляемой из сети:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P} = 1 - \frac{\Delta P}{P_1},$$

где  $\Delta P$  – суммарные потери мощности в электродвигателе.

У серийных асинхронных двигателей с номинальной мощностью от 1 до 1000 кВт КПД находится в пределах  $0,72 \div 0,95$ . Большие значения КПД относятся к машинам больших мощностей. У большинства двигателей максимум КПД имеет место при нагрузке, равной 75% номинальной, так как двигатели проектируются с учетом того обстоятельства, что далеко не всегда они полностью загружены.

### 5.7. Рабочие характеристики двигателя

Рабочими характеристиками называют зависимости мощности, потребляемой двигателем  $P_1$ , потребляемого тока обмотки статора  $I_1$ , коэффициента мощности  $\cos \varphi_1$ , скорости вращения двигателя  $n_2$ , КПД  $\eta$  и вращающего момента  $M$  от полезной мощности двигателя, отдаваемой на валу  $P_2$ . Эти характеристики определяют основные эксплуатационные свойства асинхронного двигателя и снимаются при номинальных частоте сети  $f$  и напряжении на зажимах статора  $U_1 = U_n$  и строятся для зоны практически устойчивой работы двигателя. Опытным путем характеристики получают путем изменения нагрузки на валу двигателя при помощи вспомогательного нагрузочного устройства. Непосредственно измеряют момент, скорость вращения, ток статора, мощность, потребляемую из сети. Скольжение, КПД и коэффициент мощности определяют расчетным путем по соотношениям, приведенным выше.

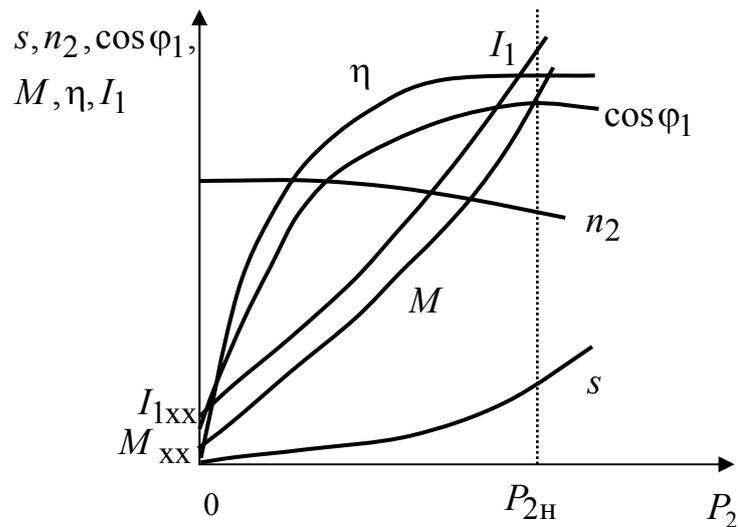


Рис.5.2. Рабочие характеристики асинхронного двигателя

Зависимость  $n_2 = f(P_2)$  мало отличается по форме от  $n_2 = f(M)$ , она также может быть названа жесткой. Зависимость тока  $I_1$  от  $P_2$  аналогична зависимости тока первичной обмотки трансформатора от мощности нагрузки. С ростом мощности увеличивается ток ротора  $I_2$ , при этом возрастает и ток статора  $I_1$ , компенсируя размагничивающее действие тока ротора  $I_2$ , при этом обеспечивается неизменность магнитного потока вращающегося магнитного поля. В асинхронном двигателе ток холостого хода  $I_{xx}$  может достигать 50% от номинального значения (из-за наличия воздушного зазора, увеличивающего магнитное сопротивление).

Вращающий момент  $M$  складывается из полезного момента  $M_2$  (полезный момент, отдаваемый на валу двигателя) и момента холостого хода  $M_{xx}$  (затрачивается на покрытие механических потерь двигателя и не зависит от нагрузки). Если бы  $\Omega_2$  была постоянна, то зависимость  $M_2(P_2)$  была бы линейна, но скорость двигателя немного уменьшается с увеличением  $P_2$ , поэтому график зависимости  $M_2(P_2)$  немного отклоняется вверх. Соответственно график вращающего момента  $M(P_2)$ , складывающегося из момента холостого хода и полезного момента  $M_2(P_2)$ , пересекает ось ординат в точке, соответствующей  $M_{xx}$ , а затем он почти прямолинейна и лишь немного изгибается вверх.

Коэффициент мощности  $\cos \varphi_1$  оценивает соотношение между активной  $P_1$  и реактивной  $Q_1$  мощностями двигателя  $\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}}$ .

При изменении нагрузки двигателя от холостого хода до номинального режима реактивная мощность остается практически неизменной, так как ее значение определяется обратимыми процессами периодического изменения запаса энергии магнитного поля машины, магнитный поток которого поддерживается практически постоянным.

В режиме холостого хода, когда необратимые процессы преобразования энергии определяются только потерями на нагрев, активная мощность мала, и значение коэффициента мощности также мало. При возрастании нагрузки на валу активная мощность увеличивается, и, при неизменном значении реактивной мощности, растет коэффициент мощности, который в режиме, близком к номинальному, достигает своего наибольшего значения ( $0,7 \div 0,95$ ).

Дальнейшее увеличение тормозного момента на валу приводит к снижению коэффициента мощности, так как рост токов в обмотках приводит к насыщению машины, значительным полям рассеяния, что вызывает возрастание реактивной мощности и уменьшение коэффициента мощности.

Из анализа рабочих характеристик следует, что при малых нагрузках работа двигателя неэффективна, он имеет малые значения КПД и коэффициента мощности. С другой стороны, если двигатель перегружен, то эффективность его работы также снижается, но сверх того, он испытывает повышенный нагрев, а условия охлаждения, напротив, ухудшаются, поскольку интенсивность охлаждения зависит от куба скорости вращения вентилятора на валу двигателя. Поэтому, выбирая двигатель для конкретного механизма, следует как можно точнее рассчитывать его мощность.

### 5.8. Пуск в ход двигателей

Пусковые свойства асинхронных двигателей в основном определяются следующими величинами: пусковым током, пусковым моментом, плавностью и экономичностью процесса пуска, длительностью пуска. В каталогах обычно указывается кратность пускового тока  $I_{\Pi}/I_H$  и пускового момента  $M_{\Pi}/M_H$ . Кроме того, пусковые свойства асинхронного двигателя определяются особенностями его конструкции, например устройством ротора, который может быть с обычной короткозамкнутой

обмоткой, с глубокопазной короткозамкнутой обмоткой, с фазным ротором.

Различают три вида пуска: *прямой*, *пуск с пониженным напряжением на статоре*, *реостатный пуск* (для двигателей с фазным ротором).

**Прямой пуск** наиболее простой и чаще всего применяется для пуска двигателей с короткозамкнутым ротором. Необходим лишь коммутирующий аппарат – рубильник или магнитный пускатель, а для двигателя высокого напряжения – масляный выключатель. Пуск происходит путем непосредственного подключения обмотки статора к сети. При прямом пуске двигателя кратность пускового тока большая и составляет приблизительно  $5,5 \div 7$  (для двигателей мощностью  $0,6 \div 100$  кВт при синхронной скорости  $750 \div 3000$  об/мин). Толчок пускового тока кратковременный и относительно безопасен для двигателя, но вызывает увеличение потери напряжения в сети, что может неблагоприятно сказаться на других потребителях энергии, питающихся той же сетью. Поэтому допустимая номинальная мощность асинхронных двигателей при прямом пуске зависит от мощности распределительной сети. В мощных сетях допускается прямой пуск двигателей с короткозамкнутым ротором мощностью до 1000 кВт, но в большинстве случаев эта мощность не превышает 100 кВт.

У двигателей общепромышленного исполнения с короткозамкнутой обмоткой ротора кратность пускового момента лежит в пределах  $1,2 \div 2,5$ . Таким образом, двигатель при пуске имеет большую силу тока, а развивает относительно небольшой пусковой момент.

**Пуск с пониженным напряжением на статоре.** Используется для мощных двигателей с целью ограничения пускового тока. Используют для этой цели реакторы (трехфазные катушки индуктивности), автотрансформаторы.

Для уменьшения пускового тока можно на начальном этапе пуска понизить напряжение на зажимах статора, включив последовательно с обмоткой статора трехфазное индуктивное сопротивление – реактор. При пуске замыкается выключатель и осуществляется последовательное соединение реактора и двигателя. Когда скорость двигателя приближается к номинальной, замыкается выключатель, который закорачивает катушку и подает напряжение сети непосредственно на статор двигателя.

Уменьшение пускового тока, создаваемое понижением напряжения на статоре, вызывает уменьшение пускового момента, пропорционального квадрату напряжения на статоре. Например, при таком пуске уменьшение пускового тока в 2 раза будет сопровождаться уменьшени-

ем пускового момента в 4 раза. Во многих случаях при пуске двигателя под нагрузкой такое понижение момента недопустимо, двигатель не сможет преодолеть механический момент торможения на валу.

Еще менее выгодно применение вместо реактора активного сопротивления, поскольку это связано с дополнительными потерями энергии в реостате.

Для мощных двигателей применяется пуск при помощи автотрансформатора. Пуск происходит в два этапа: на первом этапе на двигатель подается пониженное фазное напряжение, и пусковой ток уменьшается пропорционально коэффициенту трансформации, но пусковой ток в сети меньше пускового тока двигателя в  $k$  раз. Следовательно, понижение напряжения автотрансформатором в  $k$  раз уменьшает пусковой ток в сети в  $k^2$  раз. В то же время пусковой момент, пропорциональный квадрату напряжения, уменьшается в  $k^2$  раз. Таким образом, пусковой момент уменьшается пропорционально линейному пусковому току, тогда как при реостатном пуске момент уменьшается пропорционально квадрату пускового тока. Например, при понижении напряжения автотрансформатором в половину пусковой ток сети понизится в 2 раза и в 2 раза понизится и пусковой момент. На втором этапе к статору подводится полное напряжение сети.

Переключение на время пуска обмотки статора, нормально работающей при соединении «треугольником», на соединение «звездой» вызывает понижение напряжения на статоре. Такое переключение применяется только для пуска в ход короткозамкнутых двигателей относительно малой мощности, примерно до 20 кВт. При пуске обмотка статора соединяется «звездой», благодаря чему фазное напряжение уменьшается в  $\sqrt{3}$  раз, примерно во столько же раз уменьшается и фазный пусковой ток. Переключение с «треугольника» на «звезду» используется также для того, чтобы дать возможность применять одни и те же двигатели при двух различных линейных напряжениях, например 220/380 В. Для упрощения переключения, а также для использования стандартных перемычек, зажимы обмоток статора на присоединительном щитке двигателя располагаются соответствующим образом.

Хорошими пусковыми свойствами обладает асинхронный двигатель с двойной беличьей клеткой. В таком двигателе короткозамкнутая обмотка ротора выполнена в виде двойной беличьей клетки, т.е. короткозамкнутый ротор снабжается двумя клетками, лежащими в теле ротора одна над другой: нижней – рабочей и верхней – пусковой. Стержни нижней клетки имеют обычно большее сечение. Таким образом, активное сопротивление верхней клетки значительно в 4÷5 раз больше актив-

ного сопротивления нижней клетки. Обе клетки снабжены с торцевых сторон замыкающими кольцами.

В первый момент пуска двигателя (пока  $s = 1$ ) частота токов в роторе равна частоте сети; в этих условиях полное сопротивление внутренней клетки обуславливается главным образом ее большим индуктивным сопротивлением. Таким образом, при пуске двигателя в роторе имеет место явление вытеснения тока из внутренней беличьей клетки. В то же время полное сопротивление наружной клетки является преимущественно активным сопротивлением и создает большой пусковой момент, как это имеет место и у двигателя с контактными кольцами при включении пускового активного сопротивления. Отношение токов верхней и нижней клеток зависит от отношения полных сопротивлений этих клеток; обычно при пуске ток нижней клетки значительно меньше тока верхней клетки.

По мере разгона ротора частота токов в нем уменьшается, уменьшается и влияние индуктивного сопротивления на распределение токов. При номинальной скорости вращения частота токов ротора имеет значение порядка 1 Гц; в этих условиях индуктивные сопротивления весьма малы и распределение токов между клетками ротора определяется отношением активных сопротивлений клеток, поэтому большая часть тока проходит по нижней, рабочей клетке, а результирующее активное и полное сопротивления ротора в таких условиях малы, как у обычного двигателя с короткозамкнутым ротором.

Таким образом, у двигателей с двойной беличьей клеткой активное сопротивление обмотки ротора в целом изменяется в зависимости от изменения скольжения – оно велико при пуске и мало при номинальной скорости. Благодаря этому двигатель с двойной беличьей клеткой, по сравнению с обычным двигателем, имеющим короткозамкнутый ротор, развивает повышенный пусковой вращающий момент при пониженном пусковом токе.

Двигатель с глубоким пазом ротора также обладает повышенным пусковым моментом. Это обусловлено также явлением вытеснения тока и представляет собой упрощенный вариант двигателя с двойной клеткой. Обмотка ротора этого двигателя изготавливается из прямоугольных стержней малой ширины и большой высоты, которые помещаются в соответствующие глубокие пазы в стали ротора или заливаются в них.

Переменный ток распределяется по сечению проводника в общем случае неравномерно; это явление использовано в данном двигателе. Часть стержня, лежащая в глубине паза, сцеплена с большим потоком рассеяния, чем верхняя часть того же стержня. Вследствие этого при пуске двигателя в повышенное реактивное сопротивление нижней части

стержня вызывает вытеснение тока ротора в верхнюю часть сечения стержня. Это эквивалентно уменьшению сечения стержня и увеличению активного сопротивления обмотки ротора, благодаря чему повышается пусковой момент двигателя и уменьшается пусковой ток.

При рабочей скорости двигателя индуктивное сопротивление становится незначительным благодаря уменьшению частоты, ток распределяется по сечению стержня почти равномерно и двигатель работает, как обычный короткозамкнутый.

Двигатель с глубоким пазом ротора в конструктивном отношении проще двигателя с двойной клеткой и получил широкое применение.

**Реостатный пуск.** Лучшие пусковые условия обеспечивает асинхронный двигатель с фазным ротором. Если включить в цепь ротора пускорегулирующего сопротивления можно получить семейство механических характеристик с пусковыми моментами от минимального значения  $M_{\Pi}$ , соответствующего естественной характеристике, до  $M_{\Pi 1}$ , равного критическому моменту двигателя  $M_{кр}$ . При этом пропорционально будет уменьшаться ток двигателя, поскольку  $R_n > \dots > R_2 > R_1$

При изменении добавочного сопротивления в цепи ротора максимальный момент двигателя не изменяется, поскольку он не зависит от активного сопротивления ротора, увеличение сопротивления только смещает его в сторону большего скольжения. Выключение ступеней пускового реостата заставляет двигатель переходить с одной характеристики на другую.

Сопротивления реостата обычно выводят на контакты, благодаря чему при пуске момент двигателя и ток изменяются по ступенчатой кривой, число ступеней  $n$ , которой определяется числом контактов пускового реостата. Чем ближе пусковой момент к максимальному моменту, тем больше будет и пусковой ток. По этой причине лишь для особо тяжелых условий пуска реостат подбирается так, чтобы пусковой момент был равен максимальному.

Пусковой реостат должен в течение времени пуска, не перегреваясь, поглощать мощность, примерно равную мощности двигателя. Следовательно, размеры пускового реостата определяются частотой пусков. В ряде случаев, пусковые реостаты выполняются с масляным охлаждением.

Таким образом, применение пускового реостата значительно улучшает пусковые условия асинхронного двигателя, повышая пусковой момент и уменьшая толчок тока. Однако, с другой стороны, двигатель с фазной обмоткой ротора дороже двигателя с короткозамкнутой обмот-

кой, усложняется его обслуживание, что следует иметь в виду при подборе двигателя для конкретных механизмов.

### 5.9. Примеры решения задач

**Пример 5.1.** Трехфазный 4-х полюсной асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором работает от сети частотой  $f = 50$  Гц имеет скольжение  $s = 4\%$ . **Определить** частоту вращения поля статора, частоту вращения ротора, частоту ЭДС ротора.

**Решение.**

Частота вращения поля статора:  $n_c = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500$  об / мин .

Частота вращения ротора:  $n_2 = n_c(1-s) = 1500(1-0,04) = 1440$  об / мин .

Частота ЭДС ротора:  $f_2 = f \cdot s = 50 \cdot 0,04 = 2$  Гц .

**Пример 5.2.** Трехфазный 4-х полюсной асинхронный двигатель работает от сети частотой  $f = 50$  Гц имеет скольжение  $s = 5\%$ ; номинальную мощность на валу  $P_2 = 55$  кВт; КПД  $\eta = 89\%$ ; номинальный коэффициент мощности  $\cos\varphi = 0,82$ ; номинальное напряжение  $U = 380$  В . **Определить** ток, потребляемый из сети; полную и реактивную мощность в цепи питания двигателя; момент на валу.

**Решение.**

Активная мощность:  $P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{55}{0,89} = 61,8$  кВт .

Полная мощность:  $S_1 = \frac{P_1}{\cos\varphi} = \frac{61,8}{0,82} = 75,4$  кВА .

Реактивная мощность:  $Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2} = \sqrt{75,4^2 - 61,8^2} = 43,2$  квар .

Ток, потребляемый из сети:

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos\varphi} = \frac{61,8 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,82} = 114,64 \text{ А .}$$

Частота вращения поля статора:

$$n_c = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ об / мин .}$$

Частота вращения ротора:  $n_2 = n_c(1-s) = 1500(1-0,05) = 1425$  об/мин .

Момент на валу:  $M = \frac{P_2}{\Omega} = \frac{P_2 \cdot 30}{\pi \cdot n_2} = \frac{55 \cdot 10^3 \cdot 30}{3,14 \cdot 1425} = 368,76$  Нм .

**Пример 5.3.** Трехфазный асинхронный двигатель с фазным ротором работает от сети частотой  $f = 50$  Гц имеет скольжение  $s = 6\%$ ; активное сопротивление фазы ротора  $R_2 = 2,4$  Ом; индуктивное сопротивление фазы ротора  $X_2 = 5$  Ом; ЭДС неподвижного ротора  $E_{2H} = 66,474$  В; индуктивное сопротивление фазы ротора  $X_2 = 5$  Ом. **Определить** кратность пускового тока, пуск проводится без пускового реостата  $R_{II} = 0$ .

**Решение.**

При пуске скольжение равно  $s = 1$ , тогда ток пусковой равен:

$$I_{II} = \frac{E_{2H}}{\sqrt{(R_2 + R_{II})^2 + X_2^2}} = \frac{66,474}{\sqrt{(2,4+0)^2 + 5^2}} = 12 \text{ А.}$$

Ток номинальный:

$$I_H = \frac{s \cdot E_{2H}}{\sqrt{R_2^2 + (s \cdot X_2)^2}} = \frac{0,06 \cdot 66,474}{\sqrt{2,4^2 + (0,06 \cdot 5)^2}} = 1,65 \text{ А.}$$

Кратность пускового тока:  $\frac{I_{II}}{I_H} = \frac{12}{1,65} = 7,3$ .

**Пример 5.4.** Трехфазный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором, работающий от сети частотой  $f = 50$  Гц напряжением  $U_{Л} = 380$  В имеет: номинальную потребляемую мощность из сети  $P_1 = 70$  кВт; число пар полюсов  $2 \cdot p = 6$ ; номинальный коэффициент мощности  $\cos \varphi = 0,9$ ; кратность максимального момента  $m_M = \frac{M_{\max}}{M_{\text{ном}}} = 2$ ; частоту вращения ротора  $n_2 = 963$  об/мин; критическое скольжение для искусственной механической характеристики  $s'_{\text{кр}} = 0,37$ ; активное и индуктивное сопротивления фазы обмотки ротора  $R_2 = 0,025$  Ом,  $X_2 = 0,356$  Ом; электрические потери в обмотках статора и ротора  $P_{\text{эл}} = 1500$  Вт; добавочные и механические потери  $P_{\text{доб+мех}} = 800$  Вт. **Определить:** номинальную мощность на валу; ток, потребляемый двигателем из сети; номинальное КПД; скольжение; добавочное сопротивление, включенное в цепь обмотки ротора для искусственной механической характеристики. **Построить** естественную и искусственную механические характеристики.

**Решение.**

Номинальная мощность на валу:

$$P_2 = P_1 - P_{\text{доб+мех}} - P_{\text{эл}} = 70 - 1,5 - 0,8 = 67,7 \text{ кВт.}$$

$$\text{КПД двигателя: } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{67,7}{70} = 0,967 .$$

$$\text{Ток, потребляемый из сети: } I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi} = \frac{70000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,9} = 118,2 \text{ А} .$$

$$\text{Частота вращения поля статора: } n_c = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ об / мин} .$$

$$\text{Скольжение: } s = 1 - \frac{n_2}{n_1} = 1 - \frac{963}{1000} \cdot 100\% = 3,7\% .$$

Добавочное сопротивление, включенное в цепь обмотки ротора:

$$R_d = s'_{кр} \cdot X_2 - R_2 = 0,37 \cdot 0,356 - 0,025 = 0,107 \text{ Ом} .$$

Для построения искусственной механической характеристики, используем формулу Клосса в относительных единицах.

$$M(s) = \frac{2 \cdot m_M}{\frac{s}{s'_{кр}} + \frac{s'_{кр}}{s}} = \frac{2 \cdot 2}{\frac{s}{0,37} + \frac{0,37}{s}} .$$

Находим несколько значений моментов  $M(s)$  для разных значений скольжений  $s$ , и сведем результаты вычислений в таблицу:

$s$	1	0,8	0,6	0,4	0,37	0,2	0,1	0,05	0
$M(s)$ о.е.	1,302	1,524	1,787	1,994	2	1,673	1,007	0,531	0

Для построения естественной характеристики нужно найти критическое скольжение  $s_{кр}$  без добавочного сопротивления, в цепи обмотки ротора

$$s_{кр} = \frac{R_2}{X_2} = \frac{0,025}{0,356} = 0,07 .$$

Находим несколько значений моментов  $M(s)$  для разных значений скольжений  $s$ , используя формулу Клосса в относительных единицах:

$$M(s) = \frac{2 \cdot m_M}{\frac{s}{s_{кр}} + \frac{s_{кр}}{s}} = \frac{2 \cdot 2}{\frac{s}{0,07} + \frac{0,07}{s}}$$

и сведем результаты вычислений в таблицу:

$s$	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1	0,07	0,05	0
$M(s)$ о.е.	0,279	0,347	0,46	0,679	1,247	1,879	2	1,892	0

Строим механические характеристики:

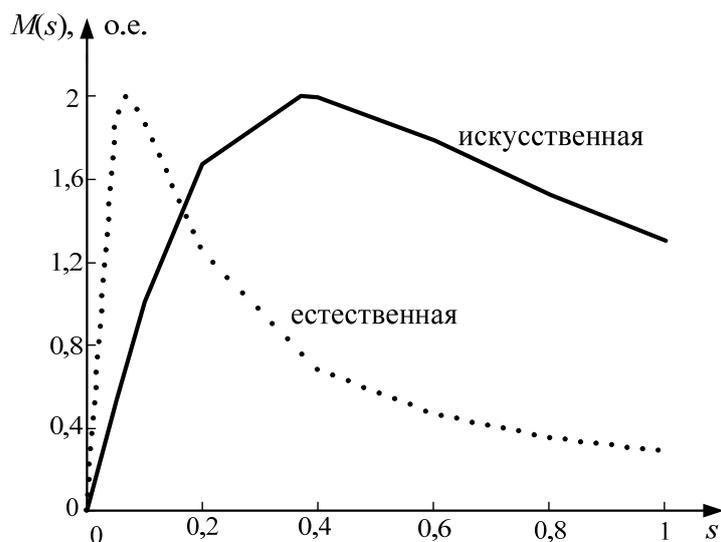


Рис.5.3. Механические характеристики

### 5.10. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 5.1.** Трёхфазный асинхронный двигатель работает от сети частотой  $f = 50$  Гц имеет скольжение  $s = 8\%$ ; ЭДС в обмотке неподвижного ротора  $E_{2H} = 31$  В. Определить ЭДС вращающегося ротора; частоту ЭДС ротора.

**Задача 5.2.** Трёхфазный асинхронный двигатель, работающий от сети частотой  $f = 50$  Гц напряжением  $U_{л} = 380$  В имеет: число пар полюсов  $2 \cdot p = 6$ ; КПД  $\eta = 82\%$ ; момент на валу  $M_2 = 180$  Н·м; скольжение  $s = 4\%$ . Определить частоту вращения ротора; полезную мощность на валу двигателя; мощность и ток статора, потребляемые двигателем.

**Задача 5.3.** Трёхфазный асинхронный двигатель, работающий от сети частотой  $f = 50$  Гц имеет: скольжение  $s = 4\%$ ; полезную мощность на валу двигателя  $P_2 = 4000$  Вт; кратность пускового момента  $M_{\text{пуск}}/M_H = 2$ ; кратность максимального момента  $M_{\text{max}}/M_H = 2,5$ . Определить начальный пусковой и максимальный моменты.

**Задача 5.4.** Трёхфазный асинхронный двигатель работает в номинальном режиме при следующих показателях:  $P_{2\text{НОМ}} = 75$  кВт,  $n_2 = 970$  об/мин,  $\eta = 90\%$ . Определить мощность, потребляемую двигателем из сети, суммарные потери мощности в машине, скольжение и вращающий момент на валу.

**Задача 5.5.** Вычислить ЭДС, индуцируемые в фазах обмоток статора и ротора, вращающегося со скольжением  $s=0,022$ , если  $\Phi_B=1,5 \cdot 10^{-2}$  Вб. Число витков фазы обмотки статора  $w_1=70$ , ротора  $w_2=40$ , а обмоточные коэффициенты соответственно равны  $k_{\text{об1}}=0,95$ ,  $k_{\text{об2}}=0,96$ ; частота сети  $f=50$  Гц.

### 5.11. Индивидуальное задание № 5 для самостоятельной работы «Расчет параметров асинхронного двигателя»

Трехфазный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором, работающий от сети частотой  $f=50$  Гц напряжением  $U_{\text{л}}=380$  В, имеет: номинальную потребляемую мощность из сети  $P_1$ ; номинальную мощность на валу  $P_2$ ; ток, потребляемый двигателем из сети  $I_1$ ; число пар полюсов  $2 \cdot p$ ; номинальное КПД  $\eta$ ; номинальный коэффициент мощности  $\cos \varphi$ ; кратность максимального момента  $m_M = M_{\text{max}} / M_{\text{ном}}$ ; частоту вращения ротора  $n_2$ ; скольжение  $s$  и критическое скольжение  $s_{\text{кр}}$ ; добавочное сопротивление  $R_{\text{д}}$ ; активное  $R_2$  и индуктивное  $X_2$  сопротивления фазы обмотки ротора; электрические потери в обмотках статора и ротора  $P_{\text{эл}}$ ; добавочные и механические потери  $P_{\text{доп+мех}}$ .

**Определить**, для выбранного варианта, значения параметров асинхронного двигателя, не указанные в таблицах 5.1, 5.2.

**Построить**, для выбранного варианта, механическую характеристику.

**Примечание:** для построения искусственной механической характеристики в цепь обмотки ротора включают дополнительно добавочное сопротивление  $R_{\text{д}}$ .

Таблица 5.1

Параметры асинхронного двигателя

№	$P_1$ кВт	$P_2$ кВт	$I_1$ А	$2 \cdot p$	$\eta$	$\cos \varphi$	$m_M$	$n_2$ об/мин
1	—	5,5	—	4	—	0,85	2,2	—
2	—	—	7,89	2	0,865	0,89	2,5	2892
3	—	11	22,6	6	—	—	2	—
4	—	—	31,95	8	0,87	0,82	2	727
5	—	18,5	37,77	8	—	—	2,2	—
6	60,4	—	—	2	—	0,92	2,5	2865
7	40,66	—	69,41	6	0,91	—	2,3	—
8	—	45	—	8	0,91	0,84	2	727

Окончание таб. 5.1

№	$P_1$ кВт	$P_2$ кВт	$I_1$ А	$2 \cdot p$	$\eta$	$\cos \varphi$	$m_M$	$n_2$ об/мин
9	–	–	128	2	–	0,89	2,5	–
10	–	75	–	4	0,93	0,9	2	1480
11	6,47	–	–	2	0,85	0,9	2,5	–
12	–	4	–	4	0,9	0,89	2	–
13	12,79	–	–	6	0,86	0,86	2,5	980
14	17,2	15	–	4	–	0,85	2	–
15	20,79	–	–	4	0,89	0,84	2,2	1449
16	–	55	–	2	0,91	0,92	2	–
17	42,5	37	–	4	–	0,89	2,5	–
18	52	–	–	4	0,865	0,84	2,3	1462
19	–	75	141	4	0,91	–	2,5	–
20	83,33	–	–	2	0,9	0,9	2	–
21	–	6	–	4	–	0,89	2	–
22	–	–	7,5	4	0,9	0,9	2,2	1440
23	–	–	32	4	0,86	0,8	2,5	–
24	41	–	70	2	0,89	–	2	–
25	57,48	–	–	4	–	0,87	2,3	1477

Таблица 5.2

*Параметры асинхронного двигателя*

№	$s_{кр}$	$s$	$R_2$ Ом	$X_2$ Ом	$P_{эл}$ Вт	$P_{доп+мех}$ Вт	характеристика
1	–	0,034	0,782	3,969	188	25	естественная
2	0,222	–	1	–	182	–	естественная
3	0,339	0,024	0,291	–	377	30	искусственная $R_D = 2 \cdot R_2$
4	–	–	0,206	2,06	540	–	искусственная $R_D = 1,5 \cdot R_2$
5	0,09	0,026	–	1,685	690	36	естественная
6	0,269	–	0,042	0,466	1614	750	искусственная $R_D = ?$
7	0,082	0,031	0,06	–	–	64	естественная
8	0,176	–	–	0,711	1125	–	искусственная $R_D = 2 \cdot R_2$
9	0,072	0,014	0,023	–	5144	830	естественная
10	1	–	0,0225	0,322	–	500	искусственная $R_D = ?$
11	–	0,045	0,922	5,724	–	30	искусственная $R_D = 3 \cdot R_2$

Окончание таб. 5.2

№	$s_{кр}$	$s$	$R_2$ Ом	$X_2$ Ом	$P_{эл}$ Вт	$P_{доп+мех}$ Вт	характеристика
12	–	0,031	1,112	4,169	–	50	естественная
13	0,35	–	–	2,524	400	–	искусственная $R_{д} = 1,5 \cdot R_2$
14	0,1	0,028	–	2,06	–	640	естественная
15	0,34	–	0,157	1,743	700	–	искусственная $R_{д} = ?$
16	–	0,021	0,044	0,462	–	850	естественная
17	–	0,028	0,06	0,727	846	–	искусственная $R_{д} = 2 \cdot R_2$
18	0,082	–	0,042	–	–	87	естественная
19	1	0,012	0,023	0,327	5100	–	искусственная $R_{д} = ?$
20	–	0,017	0,016	0,312	–	490	естественная
21	–	0,04	1,131	4,32	190	30	естественная
22	0,2	–	1,111	–	180	–	естественная
23	–	0,035	0,275	2,75	600	–	искусственная $R_{д} = 2 \cdot R_2$
24	0,08	0,028	0,063	–	–	1700	естественная
25	0,325	–	0,043	0,581	1684	800	искусственная $R_{д} = ?$

**Примечание:** объем задания уточняет лектор.

## 6. СИНХРОННЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ

### 6.1. Общие сведения

**Синхронная машина** – это электрическая машина переменного тока частота вращения ротора, которой равна частоте вращения магнитного поля статора и направлена в ту же сторону. Синхронные машины используются как генераторы, двигатели и компенсаторы.

*Синхронные генераторы* вырабатывают почти всю электроэнергию, производимую и используемую на Земле. Диапазон мощностей выпускаемых синхронных генераторов – от нескольких киловатт до нескольких сотен и тысяч мегаватт; напряжений – от 230 В до 36,75 кВ. Генераторы подразделяются на *турбогенераторы*, непосредственно присоединяемые к быстроходным газовым и паровым турбинам; *гидрогенераторы*, присоединяемые к гидротурбинам, и *генераторы общего назначения*, приводимые во вращение, как правило, двигателями внутреннего сгорания.

*Синхронные двигатели* выпускаются в диапазоне мощностей от 132 до 30000 кВт с частотой вращения от 250 до 3000 об/мин на напряжение 6 и 10 кВ, 50 Гц. Синхронные двигатели используются, как правило, для электроприводов мощных механизмов с нерегулируемой частотой вращения.

Двигатели, как и генераторы, снабжаются электромашинными либо вентильными (тиристорными) системами возбуждения.

Синхронные двигатели, работающие в режиме холостого хода с опережающим по фазе током, называют *компенсаторами*. Они работают в энергосистеме и имеют возможность регулирования ее коэффициента мощности по значению и характеру. Мощность крупных синхронных компенсаторов составляет 50, 100, 160 МВт.

### 6.2. Устройство синхронного генератора

Основными частями синхронной машины являются статор и ротор. Статор такой же, как статор асинхронной машины. Сердечник статора собран из изолированных друг от друга пластин электротехнической стали и укреплен внутри массивного корпуса. С внутренней стороны статора в пазах размещена обмотка переменного тока, обычно трехфазная.

Ротор синхронной машины представляет электромагнит – явнополюсный (рис.6.1, а), состоящий из полюса 1, полюсного наконечника 2

и обмотки возбуждения 3 или неявнополюсный (рис.6.2 б), состоит из полюса 1 и обмотка возбуждения 2.

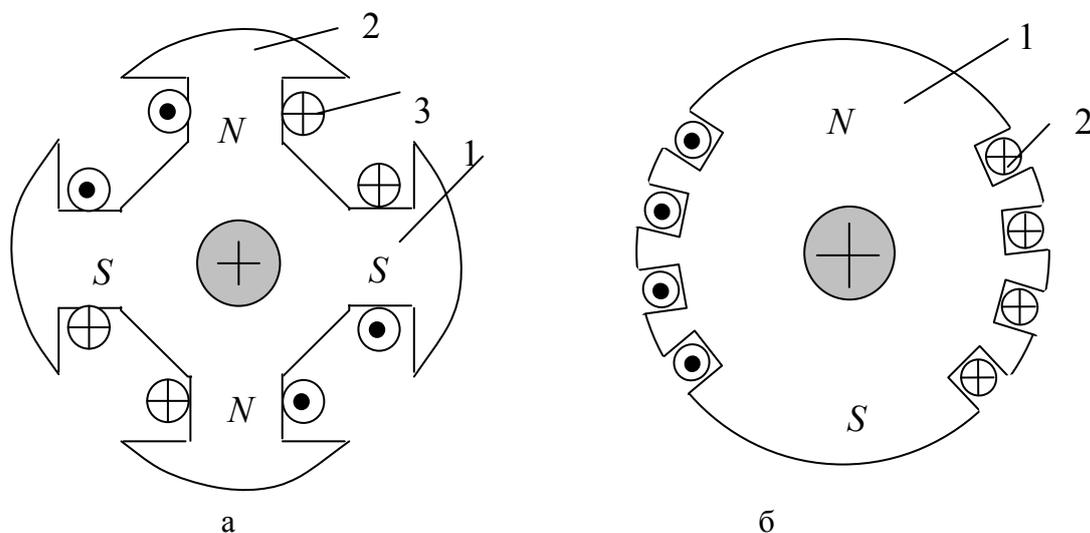


Рис. 6.1. Конструкция ротора синхронной машины  
а) явнополюсной б) неявнополюсной

Через контактные кольца и щетки от внешнего источника постоянного тока – возбудителя поступает ток в обмотку ротора. Простейшим возбудителем является генератор постоянного тока с самовозбуждением, установленный на валу синхронного генератора. Его мощность составляет 1 ÷ 3% мощности синхронного генератора. С увеличением единичной мощности синхронного генератора возбудитель с коллектором стал ненадежным (истираются щетки, возрастает опасность искрения на коллекторе), поэтому в последнее время все большее применение находят вентильные системы возбуждения с диодами и тиристорами.

У многополюсной синхронной машины ротор имеет  $p$  пар полюсов. Токи в обмотке статора образуют тоже  $p$  пар полюсов вращающегося магнитного поля (как у асинхронной машины). Ротор вращается с частотой вращения поля, его синхронная частота вращения равна:

$$n = \frac{60f}{p}.$$

Неявнополюсные роторы применяются в синхронных машинах большой мощности, имеющих одну или две пары полюсов и соответственно частоту вращения  $n = 3000$  или  $1500$  об/мин. Неявнополюсные роторы имеют синхронные генераторы, предназначенные для непосредственного соединения с паровыми и газовыми турбинами на ТЭС и АЭС. Такие машины называют турбогенераторами. Неявнополюсный ротор изготавливается из массивной стальной поковки – «бочки». Об-

мотка постоянного тока укрепляется в пазах, выфрезированных в роторе по всей его длине.

Явнополюсные роторы применяются в синхронных машинах с большим числом полюсов и, соответственно, относительно низкой частотой вращения. Такие роторы имеют синхронные генераторы, предназначенные для непосредственного соединения с гидравлическими турбинами на ГЭС. Такие генераторы называют гидрогенераторами.

### 6.3. Принцип действия синхронного генератора

Работа синхронной машины определяется взаимодействием магнитных полей, создаваемых токами в обмотках статора и ротора. Синхронная машина переходит от режима генератора к режиму двигателя в зависимости от того, действует ли на ее вал вращающий (генератор) или тормозной (двигатель) момент.

Рассмотрим режимы работы двухполюсной машины. На обмотку статора подается симметричная система токов и в машине создается вращающееся магнитное поле. В обмотке возбуждения протекают постоянные токи. При отсутствии момента на валу (режим холостого хода), ось полюсов ротора будет совпадать с осью полюсов статора, если пренебречь всеми видами потерь энергии.

Для того чтобы заставить синхронную машину, включенную в сеть, работать в режиме *генератора*, отдавая энергию, необходимо увеличить вращающий механический момент  $M_{вр}$ , приложенный первичным двигателем к валу машины. Тогда под действием возросшего вращающегося момента ось магнитных полюсов ротора в направлении вращения повернется на некоторый угол  $\theta$  относительно оси полюсов статора. Так как при этом результирующее магнитное поле, создаваемое наложением магнитных полей статора и ротора, изменится, то ток в обмотках статора также изменится. Взаимодействие этого тока с магнитным полем ротора создает тормозной момент  $M_{т}$ , действующий на ротор. Таким образом, получаем преобразование энергии механического движения первичного двигателя в электрическую энергию генератора.

### 6.4. Уравнения электрического состояния синхронного генератора

При вращении ротора первичным двигателем со скоростью  $n_2$  в обмотке статора индуцируется ЭДС  $E_1$ , изменяющаяся с частотой

$$f_1 = \frac{p \cdot n_2}{60}$$

где  $p$  – число пар полюсов машины.

При подключении обмотки статора к какой-либо нагрузке в ней проходит многофазный ток, который создает вращающееся магнитное поле статора. Частота вращения этого поля:

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p}$$

Магнитные поля статора, ротора и собственно ротор вращаются с одинаковой скоростью, т.е.  $n_1 = n_2$ , поэтому машину называют синхронной.

В синхронной машине результирующий магнитный поток создается при взаимодействии намагничивающих сил обмотки возбуждения и обмотки статора.

На холостом ходе ток статора (якоря) равен нулю. Следовательно, магнитный поток генератора создается только обмоткой возбуждения. Поток направлен по оси полюсов ротора. Он индуцирует в фазах обмотки якоря ЭДС, которая определяется по формуле:

$$E_0 = 4,44 \cdot f_1 \cdot w_1 \cdot k_{об1} \cdot \Phi_B$$

где  $w_1$  – число витков в фазе;  $k_{об1}$  – обмоточный коэффициент обмотки якоря;  $\Phi_B$  – магнитный поток возбуждения.

Если ток возбуждения невелик, то мал и магнитный поток, и магнитопровод машины не насыщен, магнитное сопротивление незначительно. Поэтому магнитный поток практически определяется только магнитным сопротивлением воздушного зазора между ротором и статором.

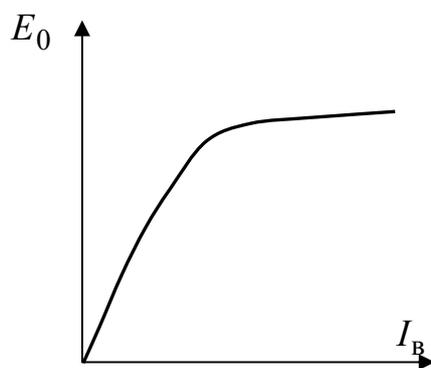


Рис. 6.2. Характеристика холостого хода синхронного генератора

Холостой ход генератора определяется характеристикой холостого хода  $E_0 = f(I_B)$ , или  $\Phi_B = f(I_B)$ . При малых  $I_B$  характеристика прямолинейна. При возрастании потока увеличивается магнитное сопротивление магнитопровода. Номинальный режим работы генератора соот-

ветствует изгибу или «колону» кривой характеристики холостого хода, соответственно коэффициент насыщения составляет  $1,1 \dots 1,4$ .

Важно, чтобы при получения синусоидальной ЭДС было приблизительно синусоидальное распределение магнитного поля. Для этого в неявнополюсных машинах обмотку возбуждения располагают так, чтобы были уменьшены амплитуды МДС высших гармоник. В явнополюсных машинах этого достигают при помощи увеличением зазора под краями полюсных наконечников.

Пусть трехфазный синхронный генератор работает в автономном режиме при симметричной нагрузке. Такой режим получается, когда к фазам обмотки статора подключены однородные и равные сопротивления. Следовательно, по фазным обмоткам генератора проходят токи. Они будут равны друг другу и сдвинутые по времени относительно друг друга на угол  $120^\circ$ . Эти токи создают магнитное поле якоря, которое вращаются с частотой, равной, частоте вращения ротора. Значит, магнитные потоки возбуждения  $\Phi_{\text{в}}$  и якоря  $\Phi_{\text{а}}$  будут взаимно неподвижны, а результирующий поток машины  $\Phi_{\text{рез}}$  при нагрузке будет создаваться суммарным действием МДС обмоток якоря и возбуждения.

МДС обмотки возбуждения не зависит от нагрузки, значит, в режиме нагрузки результирующий поток генератора будет сильно отличаться от потока на холостом ходу. МДС обмотки якоря в зависимости от характера нагрузки и может оказывать размагничивающее и намагничивающее действие.

В синхронной машине влияние МДС якоря на магнитное поле называют *реакцией якоря*. Поскольку результирующий поток под действием реакции якоря изменяется, то напряжение генератора, работающего в автономном режиме, будет зависеть от характера и величины нагрузки, а также от величины МДС обмотки возбуждения, свойств магнитной системы и т.п.

В *неявнополюсной машине* величина воздушного зазора между статором и ротором по всей окружности остается неизменной, поэтому при любой нагрузке результирующий магнитный поток машины и созданная им ЭДС определяются по характеристике холостого хода.

Реакция якоря влияет на рабочие свойства синхронной машины, причем это влияние зависит от характера нагрузки, который определяет различные углы сдвига фаз  $\psi$  между ЭДС и током в обмотке якоря.

При активной нагрузке  $\psi = 0$  ток в фазе достигает максимума тогда, когда оси полюсов  $N$  и  $S$  ротора совпадают с осью среднего паза обмотки, а поток якоря  $\Phi_{\text{а}}$  действует в направлении, перпендикулярном действию потока возбуждения  $\Phi_{\text{в}}$  (поперек оси полюсов). Значит, поток

якоря действует по поперечной оси машины, подмагничивая одну половину каждого полюса и размагничивая другую. Вектор  $\Phi_a$  отстает от вектора  $\Phi_b$  на угол  $90^\circ$ . При этом модуль вектора результирующего потока определяется выражением:

$$\Phi_{рез} = \sqrt{\Phi_b^2 + \Phi_a^2}.$$

Если нагрузка индуктивная  $\psi = 90^\circ$ , то ток в фазе достигает максимума на четверть периода позже момента, соответствующего максимуму значению ЭДС  $E_0$ . При этом поток якоря  $\Phi_a$  действует по продольной оси машины против потока возбуждения  $\Phi_b$ . Результирующий поток машины сильно уменьшается, т.к.:

$$\Phi_{рез} = \Phi_b - \Phi_a.$$

Уменьшается ЭДС якоря  $E$  вызвано уменьшением результирующего потока. Следовательно, при индуктивной нагрузке реакция якоря действует на машину размагничивающим образом.

Если нагрузка емкостная  $\psi = -90^\circ$ , то поток якоря также действует по продольной оси машины, но при этом совпадает по направлению с потоком возбуждения:

$$\Phi_{рез} = \Phi_b + \Phi_a.$$

Таким образом, при емкостной нагрузке, поток реакции якоря подмагничивает синхронную машину, а результирующий поток увеличивается, а так же увеличивается и ЭДС.

Таким образом, **опережающий ток (активно-емкостная нагрузка) подмагничивает машину, а отстающий ток (активно-индуктивная нагрузка) размагничивает ее.**

Суммарная ЭДС  $E$  генератора, при работе под нагрузкой, складывается из ЭДС, наводимой потоком ротора  $E_0$  и ЭДС, наводимой потоком реакции якоря  $E_a$ :

$$\dot{E} = \dot{E}_0 + \dot{E}_a.$$

ЭДС  $E_a$  пропорциональна потоку  $\Phi_a$ , а при отсутствии насыщения и току статора  $I_a$ , поэтому ее можно рассматривать как ЭДС самоиндукции, индуцированную в обмотке якоря:

$$\dot{E}_a = -j\dot{I}_a \cdot X_a,$$

где  $X_a$  – индуктивное сопротивление синхронной машины, созданное потоком якоря.

В **явнополюсной машине** реакция якоря проявляется следующим образом. Между статором и ротором воздушный зазор не остается постоянным: он расширяется по направлению к краям полюсов и резко

увеличивается в зоне междуполюсного пространства. Так как одна и та же МДС якоря в зависимости от ее пространственного положения создает различные магнитные потоки, то поток якоря будет зависеть не только от величины МДС якоря  $F_a$ , но и от положения кривой распределения этой МДС относительно полюсов ротора,.

При активной нагрузке  $\psi = 0$ , когда поток реакции якоря направлен вдоль поперечной оси машины. Хотя МДС якоря  $F_a$  распределена синусоидально, кривая распределения индукции будет иметь седлообразную форму. А максимуму МДС  $F_a$  соответствует небольшая индукция, т.к. магнитное сопротивление воздушного зазора максимально.

При индуктивной нагрузке  $\psi = 90^\circ$ , поток якоря направлен по продольной оси машины. Кривая распределения индукции будет симметрична относительно оси полюсов, Так как магнитное сопротивление воздушного зазора в данном месте невелико, то при том же значении МДС  $F_a$  индукция имеет большую величину, чем при активной нагрузке.

**Метод двух реакций.** При анализе различных режимов работы явнополюсной синхронной машины изменение результирующего сопротивления воздушного зазора вызывает трудности. Для их преодоления используют *метод двух реакций*. В соответствии с этим методом МДС якоря  $F_a$  представляют в виде суммы двух составляющих: продольной  $F_{ad} = F_a \sin \psi$  и поперечной  $F_{aq} = F_a \cos \psi$ , причем:

$$F_a = \sqrt{F_{ad}^2 + F_{aq}^2} .$$

Продольная составляющая МДС  $F_{ad}$  создает продольный поток якоря  $\Phi_{ad}$ , индуктирующий в обмотке якоря ЭДС  $E_{ad}$ , а поперечная составляющая  $F_{aq}$  – поперечный поток  $\Phi_{aq}$ , индуктирующий ЭДС  $E_{aq}$ . При этом считают, что эти потоки не оказывают влияния друг на друга.

На основании метода двух реакций ток якоря создающий МДС  $F_a$ , представляют в виде двух составляющих: продольной  $I_d$  и поперечной  $I_q$ . Величину магнитных потоков  $\Phi_{ad}$  и  $\Phi_{aq}$  и индуктируемых ими ЭДС  $E_{ad}$  и  $E_{aq}$  определяют по кривой намагничивания машины. Но кривая намагничивания строится для МДС возбуждения, которая имеет не синусоидальное, а прямоугольное распределение вдоль окружности якоря. Поэтому для того, чтобы воспользоваться этой кривой, МДС  $F_{ad}$  и  $F_{aq}$  приводят к прямоугольной МДС возбуждения  $F_b$ , т.е. находят их экви-

валентные значения  $F'_{ad}$  и  $F'_{aq}$  умножая их значения на коэффициенты реакции якоря  $k_d$  и  $k_q$ :

$$F'_{ad} = k_d \cdot F_{ad}; \quad F'_{aq} = k_q \cdot F_{aq}.$$

Физически коэффициенты  $k_d$  и  $k_q$  характеризуют уменьшение магнитного сопротивления для потока  $\Phi_b$  по сравнению с потоками  $\Phi_{ad}$  и  $\Phi_{aq}$ . Коэффициенты находятся в пределах  $k_d = 0,8 \dots 0,95$ ;  $k_q = 0,3 \dots 0,65$ .

Для *неявнополюсной машины* полюсами МДС якоря приводятся к МДС обмотки возбуждения по формуле:

$$F'_a = k_d \cdot F_a.$$

ЭДС работы *явнополюсного генератора* под нагрузкой можно представить как сумму составляющих:

$$\dot{E} = \dot{E}_{ad} + \dot{E}_{aq}.$$

Индуктируемые продольным и поперечным потоками якоря ЭДС  $E_{ad}$  и  $E_{aq}$ , представляют собой ЭДС самоиндукции, так как потоки  $\Phi_{ad}$  и  $\Phi_{aq}$  создаются МДС  $F_{ad}$  и  $F_{aq}$ , пропорциональными токам  $I_d$  и  $I_q$ . Поэтому для ненасыщенной машины считается:

$$\dot{E}_{ad} = jX_{ad} \cdot \dot{I}_d; \quad \dot{E}_{aq} = jX_{aq} \cdot \dot{I}_q,$$

где  $X_{ad}$  и  $X_{aq}$  – индуктивные сопротивления обмотки якоря, соответствующие полям продольной и поперечной реакции якоря.

## 6.5. Внешняя и регулировочная характеристики синхронного генератора

Внешняя характеристика генератора – это зависимость напряжения на зажимах генератора от тока нагрузки. Она снимается при неизменных токе возбуждения и характере нагрузки при постоянной частоте вращения ротора. При номинальной нагрузке  $I_{1H}$  генератор имеет номинальное напряжение  $U_{1H}$ , что достигается выбором тока возбуждения. Напряжение генератора становится равным ЭДС холостого хода  $E_0$  при уменьшении тока нагрузки до нуля. Форма внешней характеристики зависит от характера нагрузки, что определяется углом сдвига фаз между напряжением и током якоря.

При активной и активно-индуктивной нагрузках  $E_0 > U$ , значит, при увеличении нагрузки напряжение генератора уменьшается. При активно-емкостной нагрузке  $E_0 < U$ , следовательно, при увеличении нагрузки напряжение генератора увеличивается. Это объясняется тем, что при активной и активно-индуктивной нагрузках имеется продольная

размагничивающая составляющая (при чисто активной нагрузке угол  $(\varphi > 0)$ ), а при активно-емкостной нагрузке – продольная намагничивающая составляющая реакции якоря.

При переходе от режима холостого хода к режиму номинальной нагрузки происходит снижение напряжения. Это изменение напряжения характеризуется величиной (%):

$$\Delta u_{\%} = \left( \frac{U_0 - U_{1н}}{U_{1н}} \right) \cdot 100\%.$$

Коэффициент мощности синхронных генераторов в рабочем режиме обычно составляет  $\cos \varphi = 0,95 \dots 0,85$  при отстающем токе. В этом случае  $\Delta u_{\%} = 25 \dots 35\%$ . Чтобы потребители, подключенные к генератору, работали при номинальном напряжении, применяют специальные устройства, стабилизирующие его выходное напряжение. Сложность регулирующего устройства определяется величиной изменения напряжения, чем оно больше, тем более сложно устройство. Поэтому лучше, чтобы генераторы имели небольшую величину  $\Delta u_{\%}$ . Но для этого необходимо в неявнополюсных машинах снижать синхронное индуктивное сопротивление, а в явнополюсных машинах путем увеличения воздушного зазора между ротором и статором. Однако это требует увеличения МДС обмотки возбуждения, что влечет за собой увеличение ее размеров и в конечном итоге делает синхронную машину более дорогой.

Регулировочная характеристика – это зависимости тока возбуждения от тока нагрузки  $I_{\text{в}} = f(I_1)$  при неизменном напряжении  $U_1$  и характере нагрузки, при постоянной частоте вращения ротора.

Регулировочные характеристики показывают, как необходимо регулировать ток возбуждения при изменении тока нагрузки, чтобы поддерживать напряжение генератора неизменным. Из них следует, что с возрастанием индуктивно-активной нагрузки ( $\varphi > 0$ ) необходимо увеличивать ток возбуждения, а с возрастанием активно-емкостной ( $\varphi < 0$ ) – уменьшать его.

## 6.6. Параллельная работа синхронного генератора с сетью

На электростанциях устанавливают несколько синхронных генераторов, которые параллельно работают на общую электрическую сеть.

При ограниченной мощности каждого из установленных на электростанции генераторов параллельное включение их обеспечивает увеличение общей мощности электростанции, позволяет лучше организо-

вать обслуживание отдельных энергоблоков и повышает надежность энергоснабжения потребителей.

Мощные энергосистемы, позволяют наилучшим образом решать задачу рационального производства и распределения электрической энергии. Для них электрические станции объединяют для параллельной работы. Следовательно, синхронные машины, установленной на электрической станции, типичным является режим работы на сеть большой мощности, по сравнению с которой собственная мощность генератора является очень малой.

При включения генератора на параллельную работу с сетью важной является задача обеспечения наименьшего броска тока в момент присоединения генератора к сети. В противном случае возможны поломка генератора или первичного двигателя, срабатывание защиты,.

Чтобы этого не происходило необходимо определенным образом отрегулировать режим работы генератора на холостом ходу и в определенный момент времени включить генератор в сеть. Совокупность этих действий называется **синхронизацией генератора**.

Чтобы синхронизировать генератор с сетью, необходимо обеспечить:

1. Равенство ЭДС  $E_0$  генератора и напряжения сети  $U$ .
2. Равенство частот напряжений генератора  $f_r$  и сети  $f_c$ .
3. Совпадение по фазе напряжений генератора и сети.
4. Одинаковый порядок чередования фаз генератора и сети.

При точном выполнении условий синхронизации после включения генератора в сеть он остается в режиме холостого хода ( $I = 0$ ).

Обычно на электрических станциях используются автоматические приборы для синхронизации генераторов без участия обслуживающего персонала.

На практике часто применяют метод самосинхронизации. Его суть состоит в следующем. Генератор подключают к сети при отсутствии возбуждения, при этом во избежание перенапряжений обмотка возбуждения замыкается на активное сопротивление. Ротор разгоняют до синхронной частоты вращения (допускается скольжение до 2%), за счет вращающего момента первичного двигателя и асинхронного момента, созданного индуктированием тока в успокоительной обмотке. Затем на обмотку возбуждения подают постоянный ток, это приводит к втягиванию ротора в синхронизм. В момент включения генератора возникает сравнительно большой бросок тока, но ток не должен превышать  $3,5 \cdot I_{н}$ . После втягивания в синхронизм, путем увеличения мощности

приводного двигателя, регулируют до необходимого значения активную мощность генератора.

### 6.7. Регулирование активной мощности генератора и угловая характеристика

Активная мощность синхронного генератора определяется соотношением

$$P = 3U \cdot I \cdot \cos \varphi.$$

Электромагнитная мощность  $P_{эм}$  больше полезной активной мощности на относительно малую мощность электрических потерь в обмотке статора. Пренебрегая этими потерями, получим

$$P \approx P_{эм} = 3E_0 \cdot I \cdot \cos \psi.$$

Выразим активную мощность через угол рассогласования  $\theta$  и получим

$$P = \frac{3E_0 \cdot U}{x} \sin \theta = P_{max} \sin \theta,$$

где  $P_{max} = \frac{3E_0 \cdot U}{x}.$

Электромагнитный момент, создаваемый синхронной машиной

$$M_{эм} = \frac{P}{\Omega_1} = \frac{3E_0 \cdot U}{x \cdot \Omega_1} \sin \theta = M_{max} \sin \theta,$$

где  $\Omega_1 = \frac{2\pi n}{60}$  – угловая скорость магнитного поля статора;

$$M_{max} = \frac{3E_0 \cdot U}{x \cdot \Omega_1}.$$

Так как угловая частота постоянна, то момент пропорционален активной мощности.

Зависимость электромагнитного момента (активной мощности) от угла рассогласования представляют собой аналитическое выражение *угловой характеристики* синхронной машины.

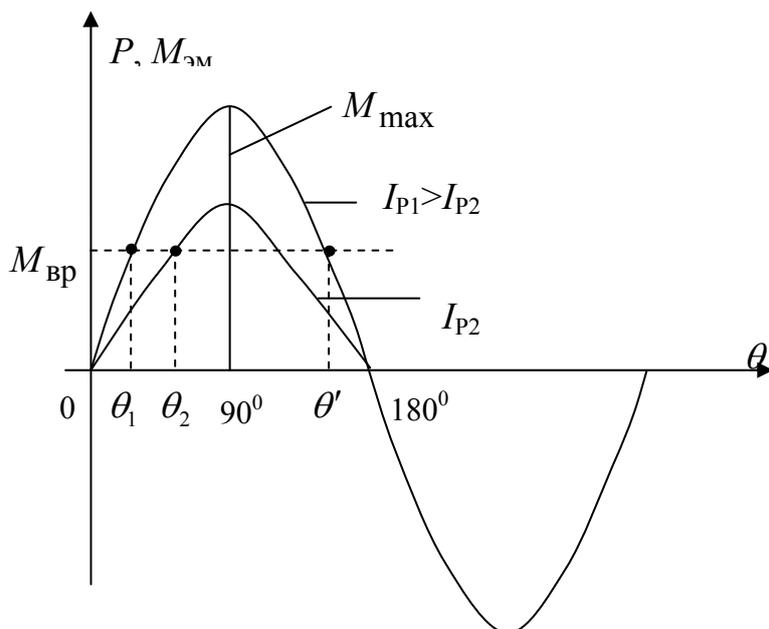


Рис. 6.3. угловая характеристика синхронного генератора

**Активная мощность и электромагнитный момент пропорциональны ЭДС и синусу угла рассогласования  $\theta$** , так как остальные параметры, входящие в формулы практически постоянны.

Амплитуду электромагнитного момента  $M_{\max}$  можно регулировать, так как она пропорциональна ЭДС  $E_0$ , зависящей от тока ротора.

Покажем на угловой характеристике (рис. 6.3) значение вращающего момента  $M_{\text{вр}}$  приводного двигателя в виде горизонтальной пунктирной линии (момент турбины не зависит от  $\theta$ ). В точке пересечения этой прямой с угловой характеристикой (при угле  $\theta_1$ )  $M_{\text{вр}} = M_{\text{эм}}$  и механическая мощность турбины равна электромагнитной (активной) мощности генератора. При том же вращающем моменте турбины, но меньшем токе ротора угол рассогласования будет больше ( $\theta_2 > \theta_1$ ). Чем больше момент турбины, тем больше активная мощность, отдаваемая генератором в сеть. Мощность максимальна при  $\theta = 90^\circ$ .

Таким образом, **активная мощность генератора на электростанции регулируется моментом турбины или другого первичного двигателя и не зависит от сопротивления электрических приемников в сети.**

Диспетчер электростанции имеет суточно-почасовой график нагрузки всех потребителей, где указана требуемая активная и реактивная мощность. По указанию диспетчера синхронные генераторы включаются, нагружаются (или разгружаются и отключаются) так, чтобы в любой момент времени обеспечивалась требуемая мощность электроэнергии.

Синхронизм генератора существует, пока вращающий момент турбины уравновешивается электромагнитным моментом сопротивления генератора.

При  $0 \leq \theta < 90^\circ$  (восходящий участок) генератор сохраняет синхронизм с сетью, т.е. имеет синхронную частоту вращения и работает устойчиво. Например, при увеличении вращающего момента турбины будет увеличиваться угол  $\theta$  и, следовательно, электромагнитный момент сопротивления генератора  $M_{эм}$  пока не наступит новое равновесие  $M_{вр} = M_{эм}$ . При этом увеличатся ток статора  $I$ , активная мощность  $P$ , но частота вращения ротора останется постоянной.

При  $\theta = 90^\circ$  электромагнитный момент генератора максимален и при дальнейшем увеличении  $M_{вр}$  генератор не может создать равного момента сопротивления ( $M_{max} < M_{вр}$ ). Полюсы ротора «отрываются» от полюсов магнитного поля статора, частота вращения возрастает сверх синхронной и ротор «выпадает» из синхронизма. Это может возникнуть при постоянном вращающем моменте и уменьшении тока ротора (и ЭДС  $E_0$ ) или снижении напряжения на зажимах генератора (при коротком замыкании в сети).

***Амплитудное значение электромагнитного момента (или мощности) называют пределом статической устойчивости синхронной машины в синхронизме.***

Для обеспечения динамической устойчивости допускается работа синхронной машины при угле рассогласования, не превышающем  $30^\circ$  при номинальной мощности.

При углах  $90^\circ < \theta < 180^\circ$  работа синхронного генератора неустойчива. В этих условиях вращающий момент турбины  $M_{вр}$  превышает максимальный тормозной электромагнитный момент генератора  $M_{эм}$ . Превышение вращающего момента ( $M_{вр} > M_{эм}$ ) способствует дальнейшему ускорению ротора. Это обуславливает дальнейшее возрастание угла рассогласования и новое уменьшение тормозного момента и так происходит до тех пор, пока генератор не выпадает из синхронизма.

«Выпадению» из синхронизма предшествует неустойчивое состояние: неравномерное возрастание угла рассогласования  $\theta$  до  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $360^\circ$  и т.д., т.е. «проворачивание» ротора относительно магнитного поля токов статора и чередование режимов генератор-двигатель-генератор, броски тока статора достигают значений, соответствующих при  $\theta = 180^\circ$

двойному току короткого замыкания:  $I = \frac{2U}{x}$ . Это состояние является аварийным.

Из него есть два выхода: отключить генератор от сети или стремиться удержать его в синхронизме, резко увеличивая ток возбуждения ротора. При этом усиливается магнитное поле и возрастает максимальный электромагнитный момент генератора.

Аварийное отключение мощного генератора может привести либо к отключению ряда потребителей соответствующей мощности, что связано с экономическим ущербом, либо перевода нагрузки на оставшиеся генераторы. В этом случае требуется определенное время для увеличения вращающих моментов турбин (увеличение расхода топлива, воды, пара).

### **6.8. Регулирование реактивной мощности генератора и U-образная характеристика**

Рассмотрим влияние тока возбуждения на работу включенного в сеть синхронного генератора при постоянном вращающем моменте первичного двигателя.

Влияние тока возбуждения на реактивную мощность синхронного генератора, работающего в сети, можно пояснить еще и таким образом. При постоянном напряжении сети интенсивность результирующего магнитного поля и потокосцепления должны оставаться неизменными. Поэтому увеличение или уменьшение интенсивности магнитного поля полюсов ротора вызывает такое изменение расположения оси магнитного поля статора относительно ротора, при котором сохраняется результирующее потокосцепление машины: магнитное поле токов статора размагничивает или подмагничивает ротор, что изменяет характер реактивной мощности генератора. Нормально синхронный генератор работает с перевозбуждением.

Таким образом, **изменение тока возбуждения ротора синхронного генератора приводит к изменению характера реактивной мощности: при большом токе ротора (при перевозбуждении) реактивная мощность имеет индуктивный характер, при недовозбуждении – емкостной характер.**

Зависимость тока статора от тока возбуждения ротора при постоянной активной мощности  $P$  представляется U-образными характеристиками, показывающими возможность регулирования реактивной мощности.

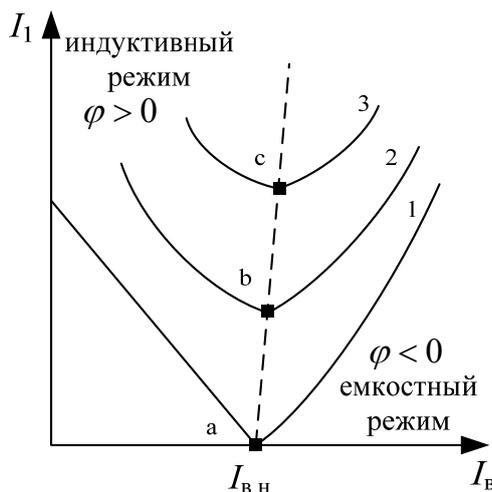


Рис. 6.4. U-образные характеристики синхронного генератора

Кривая 1 на рис. 6.4 соответствует режиму холостого хода генератора ( $P_2 = 0$ ). По мере возрастания мощности и момента экстремумы характеристик, как и сами характеристики перемещаются выше по кривой  $a-b-c$  (кривые 2 и 3). В указанных точках ток статора имеет наименьшее значение, а  $\cos \varphi = 1$ . С возрастанием нагрузки точки U-образных характеристик, соответствующие  $\cos \varphi = 1$ , сдвигаются вправо, поскольку необходимо некоторое увеличение тока возбуждения для компенсации реакции якоря и активного падения напряжения в обмотке статора при увеличении тока статора.

### 6.9. Примеры решения задач

**Пример 6.1.** Заданы параметры трехфазного синхронного генератора: номинальное (линейное) напряжение на выходе  $U_{\text{ном}} = 3,2 \text{ кВ}$  при частоте  $f = 50 \text{ Гц}$ ; обмотка статора соединена Y; номинальный ток статора  $I_{\text{ном}} = 72,2 \text{ А}$ ; число пар полюсов  $2p = 8$ ; суммарные потери в режиме номинальной нагрузки  $\Sigma P_{\text{ном}} = 27 \text{ кВт}$ ; мощность на входе генератора  $P_{\text{ном}} = 340 \text{ кВт}$ . **Определить:** полную номинальную мощность на выходе, КПД, полезную мощность на выходе генератора, коэффициент мощности нагрузки генератора, вращающий момент первичного двигателя.

**Решение.**

Полная номинальная мощность:

$$S_{\text{ном}} = \sqrt{3} \cdot I_{\text{ном}} \cdot U_{\text{ном}} = 1,73 \cdot 3,2 \cdot 72,2 = 399,7 \text{ кВА}.$$

Полезная мощность на выходе генератора:

$$P_{\text{ном}} = P_{\text{ном}} - \Sigma P_{\text{ном}} = 340 - 27 = 313 \text{ кВт}.$$

Синхронная частота вращения:  $n_1 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{4} = 750$  об/мин.

Момент вращения приводного двигателя:

$$M_{1\text{НОМ}} = \frac{9,55 \cdot 10^3 \cdot P_{\text{НОМ}}}{n_1} = \frac{9,55 \cdot 10^3 \cdot 340}{750} = 4329 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Коэффициент мощности нагрузки генератора:

$$\cos \varphi_{1\text{НОМ}} = \frac{P_{\text{НОМ}}}{S_{\text{НОМ}}} = \frac{313}{399,7} = 0,78.$$

КПД генератора:  $\eta = \frac{P_{\text{НОМ}}}{P_{1\text{НОМ}}} = \frac{313}{340} = 0,92.$

**Пример 6.2.** Номинальная мощность гидрогенератора  $S_{\text{НОМ}} = 26200$  кВА; номинальное (линейное) напряжение  $U_{1\text{НОМ}} = 10,5$  кВ при частоте тока  $f = 50$  Гц; обмотка статора соединена Y; синхронная частота вращения  $n_1 = 125$  об/мин; число витков в фазе  $\omega_1 = 126$ ; обмоточный коэффициент  $k_{1\text{об}} = 0,94$ . Нагрузка активно-индуктивная  $\psi = 50^\circ$ . **Определить** амплитуду основной гармонической МДС обмотки якоря, ее составляющие по продольной и поперечной осям.

**Решение.**

Ток в фазе обмотки якоря:

$$I = \frac{S_{\text{НОМ}}}{\sqrt{3} \cdot U_{1\text{НОМ}}} = \frac{26200}{1,73 \cdot 10,5} = 1442,33 \text{ А}.$$

Число пар полюсов:  $p = \frac{60f}{n_1} = \frac{60 \cdot 50}{125} = 24.$

Действующее значение продольной и поперечной оси токов якоря

$$I_d = I \cdot |\sin \psi| = 1442,33 \cdot \sin(50^\circ) = 1104,89 \text{ А};$$

$$I_q = I \cdot |\cos \psi| = 1442,33 \cdot \cos(50^\circ) = 927,11 \text{ А}.$$

Амплитуда продольной и поперечной оси МДС обмотки якоря

$$F_d = 0,45 \cdot m_1 \cdot I_d \cdot k_{1\text{об}} / p = 0,45 \cdot 3 \cdot 1104,89 \cdot 0,94 / 24 = 7361 \text{ А};$$

$$F_q = 0,45 \cdot m_1 \cdot I_q \cdot k_{1\text{об}} / p = 0,45 \cdot 3 \cdot 927,11 \cdot 0,94 / 24 = 6177 \text{ А}.$$

Амплитуда основной гармонической МДС обмотки якоря

$$F = 0,45 \cdot m_1 \cdot I \cdot k_{1\text{об}} / p = 0,45 \cdot 3 \cdot 1442,33 \cdot 0,94 / 24 = 9609 \text{ А}.$$

**Пример 6.3.** В одной фазе статора синхронного генератора количество витков  $\omega_1 = 24$ ; обмоточный коэффициент  $k_{1\text{об}} = 0,9$ ; частота сети  $f = 50$  Гц; синхронная частота вращения  $n_1 = 1000$  об/мин; магнитный поток  $\Phi = 0,05$  Вб. **Определить** число пар полюсов и индуцируемую ЭДС.

### Решение.

Число пар полюсов:  $p = \frac{60f}{n_1} = \frac{60 \cdot 50}{1000} = 3$ .

ЭДС в фазе обмотки якоря:

$$E_0 = 4,44 \cdot f \cdot w_1 \cdot k_{об1} \cdot \Phi = 4,44 \cdot 50 \cdot 24 \cdot 0,9 \cdot 0,05 = 239,76 \text{ В}.$$

### 6.10. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 6.1.** Заданы параметры трехфазного синхронного генератора: номинальное (линейное) напряжение на выходе  $U_{1ном} = 6,3 \text{ кВ}$  при частоте  $f = 50 \text{ Гц}$ ; обмотка статора соединена Y; полная номинальная мощность  $S_{ном} = 330 \text{ кВА}$ ; КПД генератора  $\eta = 92 \%$ ; число пар полюсов  $2p = 6$ ; коэффициент мощности нагрузки генератора  $\cos \varphi_{1ном} = 0,9$ . Определить: номинальный ток статора; суммарные потери в режиме номинальной нагрузки; мощность на входе генератора, полезную мощность на выходе генератора, вращающий момент первичного двигателя.

**Задача 6.2.** Выбрать необходимое число витков обмотки шестиполюсного синхронного генератора, ротор которого вращается с частотой  $n_1 = 1000 \text{ об/мин}$ , чтобы ЭДС на его выводах была  $220 \text{ В}$ , если магнитный поток, создаваемый в обмотке возбуждения ротора  $\Phi = 0,055 \text{ Вб}$ , а обмоточный коэффициент  $k_{1об} = 0,93$ .

**Задача 6.3.** Ротор трехфазного синхронного генератора имеет 12 полюсов. Частота напряжения на зажимах генератора  $f = 50 \text{ Гц}$ . Полезная мощность приводного двигателя  $5 \text{ кВт}$ . Определить вращающий момент на валу генератора.

## 7. МАШИНА ПОСТОЯННОГО ТОКА

### 7.1. Общие сведения

Машины постоянного тока (МПТ) находят широкое применение главным образом как двигатели в регулируемых электроприводах постоянного тока, требующих широкого, плавного и экономичного регулирования частоты вращения, высоких перегрузочных, пусковых и тормозных моментов. К ним относятся электроприводы прокатных комплексов, металлообрабатывающих станков, бумагоделательных машин, текстильной, резиновой, полиграфической промышленности и др. Генераторы постоянного тока используются в качестве возбудителей для питания обмоток возбуждения мощных синхронных машин, цеховых сетей постоянного тока, для зарядки аккумуляторов и т. д.

МПТ выпускаются на мощности от долей киловатта до 10 000 кВт. Напряжение серийных двигателей 110, 220, 340, 440. Напряжение генераторов – 115, 230 (при мощности до 7,5 кВт), 230 и 460 В (при мощности более 7,5 кВт). В некоторых специальных типах машин напряжение доходит до 30 кВ. Наибольшее распространение получили МПТ, напряжение которых не превышает 1000 В.

Частота вращения машин постоянного тока находится в широких пределах – от нескольких десятков до нескольких тысяч оборотов в минуту.

Достоинства МПТ: простые и надежные способы регулирования частоты вращения в больших пределах; большие пусковые моменты и перегрузочные способности.

Недостатки МПТ: работа щеточно-коллекторного узла (при определенных условиях щетки могут искрить); нельзя использовать во взрывоопасных средах; по сравнению с бесколлекторной машиной переменного тока коллектор удорожает и усложняет конструкцию и эксплуатацию.

### 7.2. Устройство машины постоянного тока

Машина постоянного тока включает три основных части: статор, якорь и коллектор (рис. 7.1).

Статор состоит из станины – это полый цилиндр. К внутренней ее поверхности крепятся главные полюсы. На них располагаются катушки обмотки возбуждения, которые соединяются последовательно, чтобы полюсы *N* и *S* на статоре чередовались. Катушки обмотки возбуждения

питаются от постороннего источника постоянного тока или от зажимов якорной обмотки. Постоянный ток в обмотке возбуждения создает магнитное поле. Главные полюса имеют полюсные наконечники для более равномерного распределения магнитного поля в воздушном зазоре.

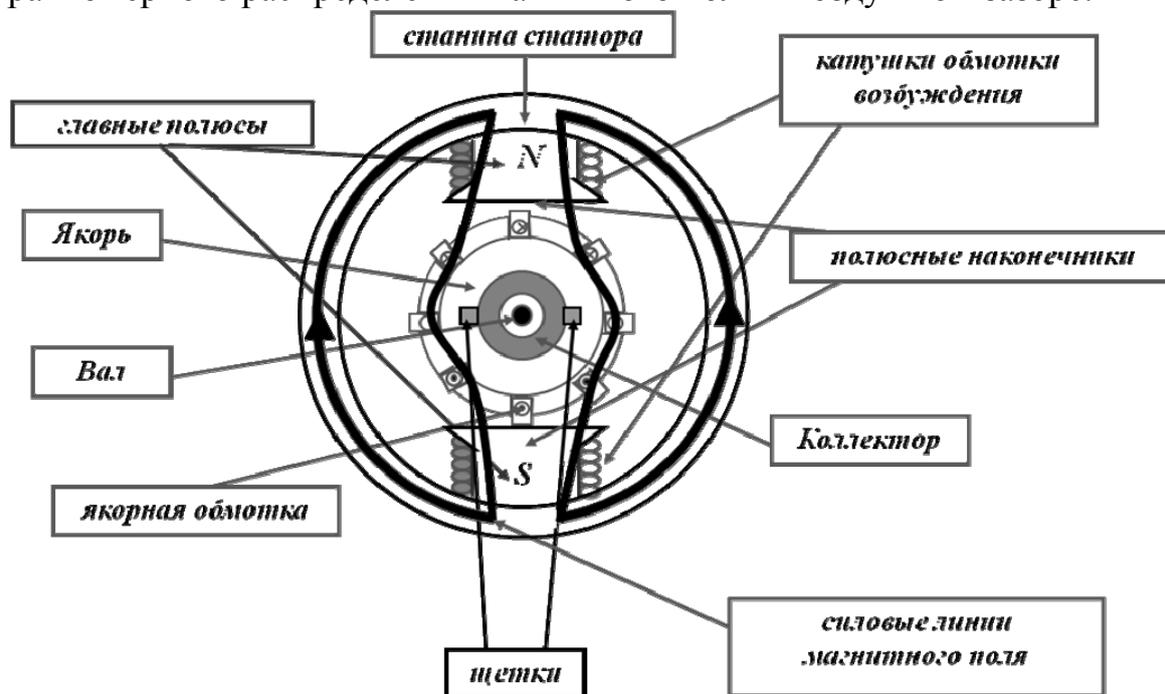


Рис. 7.1. Упрощенный поперечный разрез магнитной цепи двухполюсной машины

Якорь – это стальной цилиндр, закрепленный на валу. На его поверхности в пазах находится якорная обмотка (ЯО). Она состоит из витков, охватывающих якорь вдоль оси, которые объединяются в секции. Секция – это одна или несколько последовательно соединенных витков. На якоре располагается коллектор – это цилиндр из медных пластин, которые изолированы друг от друга и от вала. К каждой пластине присоединены два конца разных секций. К коллектору с помощью пружин присоединяются электрографитные щетки (графитные, угольно-графитные, медно-графитные), расположенные в специальных щеткодержателях, которые укрепляются на щеточных траверсах. С помощью них щетки можно смещать. Через щетки обмотка якоря соединяется с внешней цепью.

Щеточно-коллекторный аппарат обеспечивает электрический контакт с вращающимися обмотками. Он служит для выпрямления переменной ЭДС, индуцируемой во вращающейся обмотке якоря, и для получения постоянного по направлению электромагнитного момента.

Выражение для электромагнитного момента можно записать в виде:

$$M = c_M \cdot \Phi \cdot I_{\text{я}},$$

где  $\Phi$  – основной магнитный поток;  $I_{\text{я}}$  – ток в обмотке якоря;  $c_M = p \cdot N / 2\pi \cdot a$  – коэффициент, определяемый конструктивными параметрами машины;  $p$  – число пар полюсов;  $N$  – число проводников обмотки якоря;  $a$  – число пар параллельных ветвей.

Поскольку указанные параметры для конкретной машины неизменны, то ее электромагнитный момент прямо пропорционален величине магнитного потока главных полюсов машины и току якоря.

В генераторном режиме электромагнитный момент является тормозным, а в двигательном режиме – вращающим.

### 7.3. Режимы работы машины постоянного тока

Как и все электрические машины, машины постоянного тока обратимы, т.е. могут работать как в двигательном так и в генераторном режиме.

**Генераторный режим.** Первичный двигатель развивает вращающий момент  $M_1$ , вращая ротор генератора с частотой  $n$ . Мощность механической энергии, поступающей от первичного двигателя:

$$P_1 = M_1 \frac{\pi \cdot n}{30}.$$

Если к обмотке возбуждения подвести напряжение, то в ней возникает ток, создающий магнитодвижущую силу (МДС). Эта МДС возбуждает в машине магнитный поток возбуждения. При вращении проводников якоря в магнитном поле, возбуждаемом МДС главных полюсов машины, в них наводятся ЭДС. Главное магнитное поле возбуждено. Если к зажимам якоря через щетки подключить приемник, то ЭДС якоря вызовет в цепи ток, направленный так же, как и вызвавшая его ЭДС. При постоянной скорости вращения якоря, взаимодействие тока якоря с главным магнитным полем создается электромагнитный момент противодействующий моменту вращения первичного двигателя. Генератор преобразует механическую энергию в электрическую.

Уравнение электрического состояния цепи якоря (рис. 7.2):

$$E = U + I_{\text{я}} \cdot R_{\text{я}}.$$

Электромагнитная мощность, развиваемая генератором, равная механической мощности приводного двигателя составляют мощность приемника и мощность электрических потерь в обмотке якоря.

Уравнение баланса мощностей цепи якоря описывает уравнение:

$$E \cdot I_{\text{я}} = U \cdot I_{\text{я}} + I_{\text{я}}^2 \cdot R_{\text{я}}.$$

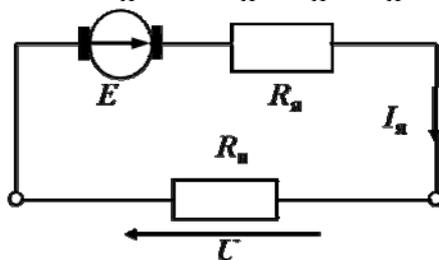


Рис. 7.2. Упрощенная схема замещения генератора постоянного тока

**Двигательный режим.** Обмотки цепи якоря и возбуждения машины присоединены к источнику электроэнергии, который создает главное магнитное поле. Если скорость якоря постоянна, то момент вращения двигателя равен моменту сопротивления механизма на валу. При этом ЭДС якоря противодействует току в цепи якоря и направлена ему навстречу и ее называют противо-ЭДС. При увеличении нагрузки на валу двигателя сначала равновесие моментов нарушается, двигатель несколько уменьшает частоту вращения, что вызывает уменьшение противо-ЭДС, и, следовательно, увеличение тока якоря. Пропорционально увеличению тока возрастает и вращающий момент, и равновесие восстанавливается.

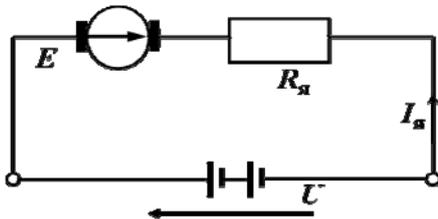


Рис. 7.3. Упрощенная схема замещения двигателя постоянного тока

Напряжение, приложенное к зажимам якоря двигателя определяется:  $U = E + I_{\text{я}} \cdot R_{\text{я}}$ . Ток якоря двигателя:  $I_{\text{я}} = \frac{U - E}{R_{\text{я}}}$ .

Электрическая мощность превращается в электромагнитную мощность и мощность потерь в обмотке якоря.

$$U \cdot I_{\text{я}} = E \cdot I_{\text{я}} + I_{\text{я}}^2 \cdot R_{\text{я}}$$

Электромагнитная мощность равна механической мощности, развиваемой двигателем.

#### 7.4. ЭДС якоря машины постоянного тока

В проводниках, лежащих под полюсами  $N$  и  $S$ , при вращении якоря индуцируются ЭДС противоположного направления. Проводники, с индуцируемыми ЭДС, находятся по обе стороны от геометрической нейтрали – это линия, проходящая через середину межполюсного пространства и середину машины.

Обмотка якоря представляет собой многофазную обмотку, состоящую из большого числа витков. Несколько витков обмотки подключают между каждой парой смежных коллекторных пластин. При вращении якоря между щетками действует постоянная по величине ЭДС. Она равная сумме ЭДС, созданной во всех последовательно соединенных витках обмотки якоря, которые включены между щетками.

При переходе щеток с одной коллекторной пластины на другую устанавливают большое число коллекторных пластин для уменьшения пульсаций ЭДС. Не менее восьми должно быть число коллекторных пластин, приходящихся на одну параллельную ветвь обмотки якоря.

ЭДС будет практически неизменна во времени при достаточно большом числе секций обмотки якоря.

Нейтраль и щетки, расположенные на ней, разделяют рассматриваемую обмотку на две параллельные ветви, в каждой из которых индуцируются ЭДС и проходит половина тока нагрузки.

Направление ЭДС, созданная в проводниках якоря, при заданном направлении вращения якоря, зависит только от того, под каким полюсом находится проводник. Следовательно, во всех проводниках, расположенных под одним полюсом, направление ЭДС одинаковое и сохраняется независимо от частоты вращения. В проводниках, расположенных выше геометрической нейтрали, ЭДС всегда направлена в одну сторону; в проводниках, лежащих ниже геометрической нейтрали, ЭДС направлена в противоположную сторону.

Проводники обмотки якоря при вращении перемещаются от одного полюса к другому; ЭДС, созданная в них, меняет знак, т. е. в каждом проводнике наводится переменная ЭДС. Но количество проводников, находящихся под каждым полюсом, остается неизменным. **При этом суммарная ЭДС, индуцируемая в проводниках, находящихся под одним полюсом, неизменна по направлению и приблизительно постоянна по величине и определяется по формуле:**

$$E = \left( \frac{p \cdot N}{60 \cdot a} \right) n \cdot \Phi = c_E \cdot n \cdot \Phi,$$

где  $\Phi$  – основной магнитный поток;  $n$  – частота вращения якоря;  $c_E = (p \cdot N) / (60 \cdot a)$  – коэффициент, определяемый конструктивными параметрами машины и не зависящий от режима ее работы;  $p$  – число пар полюсов;  $N$  – число проводников обмотки якоря;  $a$  – число пар параллельных ветвей.

Эту ЭДС снимают с обмотки якоря при помощи щеток, осуществляющих скользящий контакт с обмоткой якоря и внешней цепью.

На холостом ходу (без внешней нагрузки) тока в обмотке нет, так как ЭДС, созданные в каждой половине обмотки, взаимно компенсируются. Следовательно, если щетки расположить на геометрической нейтральной, то при отсутствии внешней нагрузки на щетках будет напряжение, равное ЭДС, индуцированной в каждой из половин обмоток.

Если к щеткам подключить нагрузку, то через обмотку якоря будет проходить постоянный ток, его направление определяется направлением ЭДС. В обмотке якоря ток разветвляется и проходит по двум параллельным ветвям.

Для обеспечения надежного токосъема используется коллектор. Коллектор – это цилиндр, набранный из медных пластин, изолированных одна от другой. *Секцией обмотки якоря* называют часть обмотки якоря, состоящую из одного или нескольких витков, присоединенной к каждой паре соседних коллекторных пластин.

В *генераторном режиме коллектор* вместе со скользящими по его поверхности щетками выполняет функцию *механического выпрямителя*. В *двигательном режиме – преобразователь частоты*, который связывает сеть постоянного тока с обмоткой, по проводникам которой проходит переменный ток.

Таким образом, наличие скользящего контакта между обмоткой якоря и внешней электрической цепью является главной особенностью машины постоянного тока.

## 7.5. Классификация машины постоянного тока по способу питания обмотки возбуждения

По типу возбуждения различают машины постоянного тока: с независимым, с параллельным, с последовательным, со смешанным возбуждением и с возбуждением от постоянных магнитов. МПТ указанных типов имеют одинаковое устройство и отличаются лишь способом питания обмотки возбуждения.

В машинах постоянного тока независимого возбуждения обмотка возбуждения подключена к источнику постоянного напряжения, независимому от источника питания обмотки якоря.

В машинах постоянного тока с параллельным возбуждением обмотка возбуждения подключается параллельно к обмотке якоря. Такие машины называют также машинами постоянного тока с шунтовым возбуждением.

В машинах постоянного тока с последовательным или серийным возбуждением обмотка возбуждения включается последовательно с обмоткой якоря. Серийная обмотка выполняется из провода того же сечения что и обмотка якоря, а число ее витков невелико в сравнении с числом витков обмотки возбуждения независимого возбуждения.

При смешанном возбуждении компаундные МПТ имеет одну параллельную и одну последовательную обмотки. Обмотки могут быть включены согласно – магнитодвижущие силы (МДС) обмоток направлены одинаково или встречно – МДС направлены противоположно.

Тип возбуждения определяет вид эксплуатационных характеристик и свойства МПТ.

### 7.6. Реакция якоря и способы ее уменьшения

В режиме нагрузки машины обмотки возбуждения и якоря создают магнитные поля. Результирующее магнитное поле двигателя рассматривают как сумму двух магнитных полей.

При холостом ходе, когда ток якоря близок к нулю, в двигателе действует только МДС обмотки возбуждения, которая создает магнитное поле, симметрично распределенное относительно оси полюсов.

Если по обмотке якоря проходит ток, то появится МДС якоря, вектор которой неподвижен и направлен перпендикулярно оси полюсов. МДС создает магнитное поле якоря.

В реальных условиях работы с нагрузкой в машине одновременно действуют МДС якоря и обмотки возбуждения, которые создают результирующее поле. Воздействие магнитного поля якоря на магнитное поле возбуждения называют *реакцией якоря*. Реакция якоря существенно искажает магнитное поле двигателя. Искажение магнитного поля двигателя приводит к тому, что одни края полюсных наконечников и расположенные под ними зубцы якоря подмагничиваются, а другие – размагничиваются.

Вследствие этого между щетками в каждой параллельной ветви обмотки окажутся несколько секций, направление ЭДС в которых будет противоположно направлению ЭДС всех остальных секций, что вызовет уменьшение ЭДС якоря.

Искажение магнитного поля под полюсами вызывает появление на геометрической нейтрали (в зоне коммутации) магнитной индукции и

может вызвать нарушение работы щеточного контакта и привести к недопустимому искрению на коллекторе, повышается напряжение между смежными коллекторными пластинами, что может привести к появлению «кругового огня».

Для ослабления реакции якоря при конструировании машины предусматривается увеличение магнитного сопротивления на пути потока якоря – воздушный зазор между якорем и полюсными наконечниками делается относительно большим, а сечение зубцов якоря выбирается таким, чтобы индукция в них была велика.

Для того чтобы предупредить смещение нейтрали из-за реакции якоря, большинство современных машин снабжается **дополнительными полюсами**, которые устанавливаются на станине по линии ГН. Обмотки дополнительных полюсов соединяются через щетки последовательно с обмоткой якоря так, чтобы направление МДС дополнительных полюсов было противоположно направлению МДС реакции якоря. Таким образом, дополнительные полюсы компенсируют поле реакции якоря при любых нагрузках машины.

***При работе машины в генераторном режиме реакция якоря вызывает понижение напряжения, при работе в двигательном режиме – изменение вращающего момента и частоты вращения.***

## 7.7. Генераторы постоянного тока

Генераторы с параллельным и со смешанным согласным возбуждением применяются в преобразовательных установках в качестве автономных источников постоянного тока.

Генераторы с независимым возбуждением применяются тогда, когда требуется в широких пределах изменять напряжение источника постоянного тока. Они применяются, например, в электроприводах для питания двигателей постоянного тока с широким диапазоном регулирования частоты вращения таких, как прокатные станы, металлорежущие станки.

Генераторы последовательного возбуждения не нашли широкого применения из-за непостоянства выходного напряжения.

### 7.7.1. Основные эксплуатационные характеристики

**Характеристика холостого хода** – это зависимость ЭДС, наводимой в обмотке якоря генератора, от тока возбуждения, при отсутствии тока во внешней цепи и постоянной частоте вращения якоря, т.е.  $E = U_x = f(I_B)$ , при  $I_я = 0$  и  $n = const$  (рис.7.4). Снимается при разомкнутой цепи приёмника и показывает, как нужно изменять ток возбужде-

ния посредством дополнительного реостата, введенного в цепь возбуждения, чтобы получить те или иные значения ЭДС генератора.

Так как при постоянной частоте вращения ЭДС якоря прямо пропорциональна магнитному потоку статора, то характеристика холостого хода подобна кривой намагничивания  $\Phi_B = f(I_B)$ , называемой магнитной характеристикой машины.

Поскольку магнитная цепь машины выполняется из электротехнической стали, являющейся магнитномягким материалом, то характеристика холостого хода представляет узкую петлю гистерезиса.

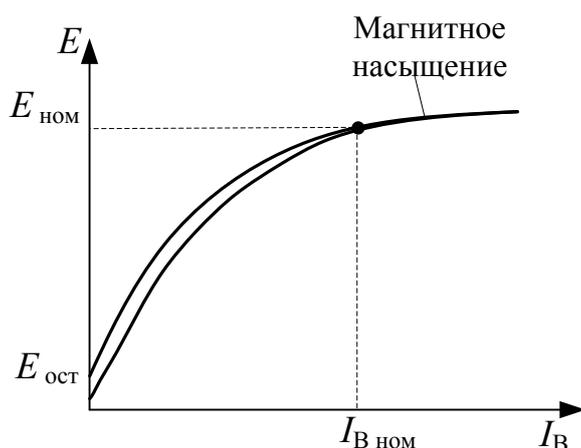


Рис. 7.4. Вид характеристики холостого хода

При отсутствии тока в обмотке возбуждения в якоре (при его вращении) индуцируется небольшая ЭДС  $E_{ост} = (1 \div 3)\%E_{ном}$ , обусловленная остаточным магнитным потоком, оставшемся от предыдущей работы. Вначале ЭДС (магнитный поток) возрастают почти пропорционально току возбуждения. При дальнейшем увеличении тока возбуждения рост ЭДС (магнитного потока) замедляется – наступает магнитное насыщение. Благодаря этому напряжение генератора меньше колеблется при изменениях нагрузки. Магнитная цепь машины рассчитана так, что при токе возбуждения равном номинальному соответствует точке номинального значения ЭДС (магнитного потока) на середине «колена» кривой.

**Внешней характеристикой** называют зависимость напряжения на зажимах генератора от величины тока во внешней цепи при неизменном токе возбуждения и постоянной частоте вращения якоря, т.е  $U = f(I_{я})$ , при  $I_B = const$  и  $n = const$  (рис.7.5). Описывается уравнением электрического состояния  $U = E - R_{я}I_{я}$ .

Характеристика была бы прямой линией, если бы ЭДС оставалась постоянной. Но магнитный поток машины с ростом нагрузки уменьшается под воздействием реакции якоря, а вместе с ним пропорционально уменьшается и ЭДС якоря. В результате внешняя характеристика изгибается в сторону оси абсцисс.

Если увеличивать ток якоря сверх номинального значения, уменьшая сопротивление нагрузки, то напряжение генератора станет дальше понижаться, но машина будет работать в условиях перегрузки. Ее обмотка якоря, щетки и коллектор начнут перегреваться, а под щетками начнется сильное искрение.

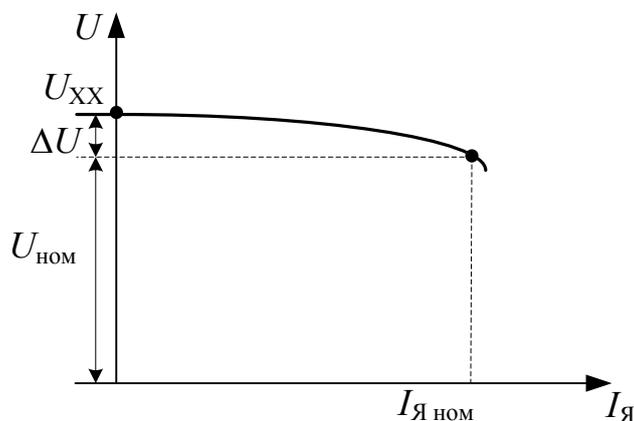


Рис. 7.5. Вид внешней характеристики

На основании внешней характеристики определяется номинальное изменение напряжения на генераторе. Это – выраженное в процентах относительное изменение напряжения на его зажимах, вызываемое изменением нагрузки от номинальной до нуля при неизменном токе возбуждения и постоянной скорости:

$$\Delta U = \frac{U_{\text{хх}} - U_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} \cdot 100\%.$$

У генераторов без компенсационной обмотки эта величина достигает 5÷10%.

**Регулировочная характеристика** – это зависимость тока возбуждения от тока якоря при постоянном напряжении и частоте вращения, т.е.  $I_{\text{в}} = f(I_{\text{я}})$ , при  $U = \text{const}$  и  $n = \text{const}$  (рис.7.6).

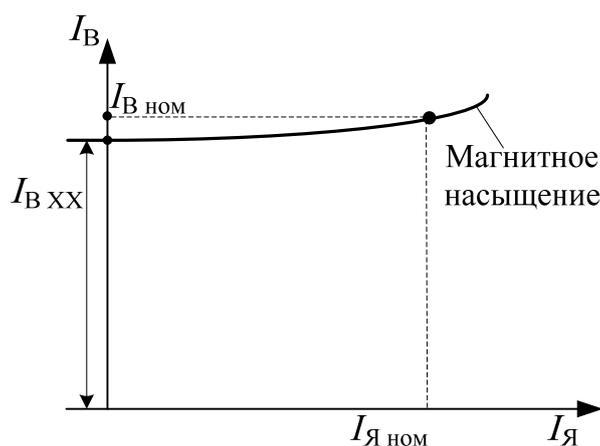


Рис. 7.6. Вид регулировочной характеристики

Она показывает, как необходимо менять ток возбуждения, чтобы сохранить неизменным напряжение генератора. Характеристика сначала почти прямолинейная, но когда наступает магнитное насыщение магнитопровода машины, она загибается вверх.

### 7.7.2. Генератор независимого возбуждения

У генератора с независимым возбуждением, обмотка возбуждения получает питание от постороннего источника постоянного тока, следовательно, ток возбуждения не зависит от тока якоря, который равен току нагрузки (рис 7.7).

Величина тока определяется только положением регулировочного реостата, включенного в цепь обмотки возбуждения, и величиной сопротивления обмотки возбуждения:

$$I_B = \frac{U_B}{R_B}$$

где  $U_B$  – напряжение источника питания обмотки возбуждения.

Ток возбуждения генератора невелик и составляет 1÷5% от номинального тока якоря. Однако большое число витков обмотки обеспечивает создание необходимой МДС.

Независимость тока возбуждения от напряжения генератора дает возможность экономично регулировать в широких пределах магнитный поток генератора, следовательно, и его напряжение.

Для генераторов с независимым возбуждением изменение напряжения во внешней характеристике (рис. 7.5) составляет 5÷15%. Падение напряжения связано с увеличением падения напряжения на якоре и реакцией якоря.

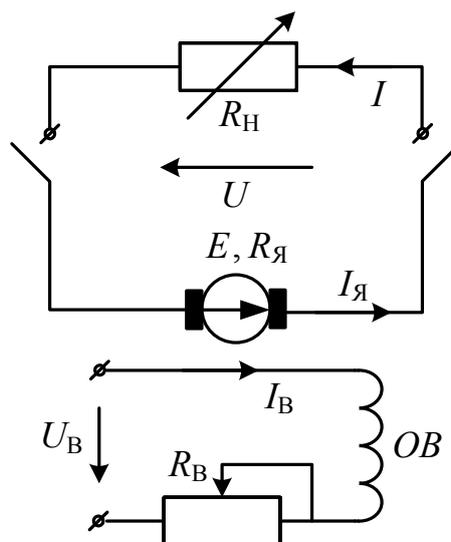


Рис. 7.7. Схема генератора постоянного тока с независимым возбуждением

Кроме того, если обмотки якоря генератора независимого возбуждения замкнуть накоротко, то возникает чрезвычайно опасный для него режим короткого замыкания. Ток короткого замыкания в  $5 \div 10$  раз превышает номинальный ток. Чем больше мощность машины, тем больше ток короткого замыкания, который приводит к разрушению обмотки якоря вследствие сильного нагрева и больших электродинамических сил, действующих между секциями якоря. Кроме того, ток короткого замыкания приводит к сильному искрению щеток и даже появлению кругового огня, разрушающего коллектор.

В регулировочной характеристике (рис. 7.6) – при увеличении тока нагрузки ток возбуждения необходимо увеличить, чтобы скомпенсировать уменьшение напряжения из-за падения напряжения и размагничивающего действия реакции якоря.

### 7.7.3. Генератор параллельного возбуждения

У генератора с параллельным возбуждением, обмотка возбуждения подключена к обмотке якоря параллельно нагрузке (рис. 7.8, а). Для них не требуется дополнительного источника питания цепи возбуждения, что упрощает обслуживание машины, напряжение на зажимах генератора мало изменяется при колебаниях нагрузки.

Ток возбуждения составляет  $1 \div 5\%$  от тока якоря, а напряжение на зажимах цепей якоря и возбуждения одно и то же. Сопротивление обмотки возбуждения  $R_B = U / I_B$  должно быть велико (обмотка возбуждения имеет большое число витков тонкого провода).

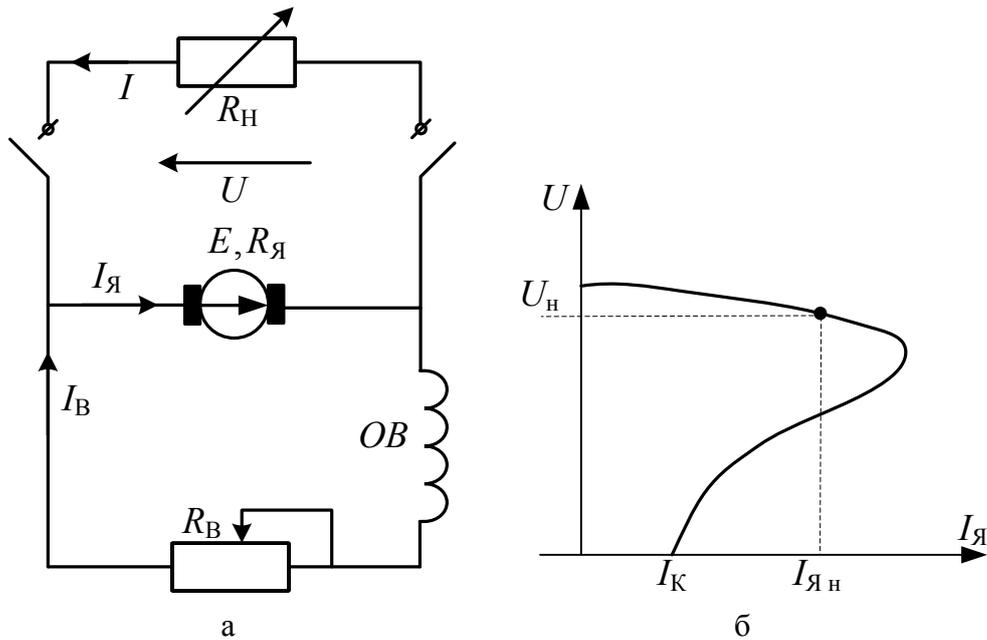


Рис. 7.8. Генератор с параллельным возбуждением:  
а) схема; б) внешняя характеристика

При пуске в ход такого генератора для создания магнитного потока в магнитопроводе используется явление самовозбуждения.

Условия самовозбуждения.

1. Наличие остаточного магнитного поля. Если не выполняется, то необходимо намагнитить машину, подключив на некоторое время обмотку возбуждения к постороннему источнику постоянного тока.

2. Совпадение по направлению возбуждаемого и остаточного магнитных потоков. При не выполнении необходимо изменить направление тока в обмотке возбуждения.

3. Суммарное сопротивление цепи возбуждения, включающее сопротивления обмотки возбуждения и регулировочного реостата, должно быть меньше критического, т. е. падение напряжения в цепи обмотки возбуждения не должно превышать наводимую в якоре ЭДС. При не выполнении необходимо изменить суммарное сопротивление цепи возбуждения.

Процесс самовозбуждения.

Ток в якоре и в обмотке возбуждения отсутствует, но есть остаточный магнитный поток. При вращении якоря в его обмотке остаточный магнитный поток наведет небольшую ЭДС, которой будет достаточно для появления в цепи обмотки возбуждения начального тока. Этот ток увеличивает основной магнитный поток, который увеличивает ЭДС якорной обмотки, которая в свою очередь увеличивает ток возбуждения

и т. д. Процесс самовозбуждения заканчивается, когда падение напряжения в обмотке возбуждения становится равным ЭДС якоря.

Характеристика холостого хода (рис. 7.4) данного генератора не отличается от характеристики при независимом возбуждении, так как влияние на эту характеристику падения напряжения и реакция якоря от тока возбуждения мало. Совпадают и регулировочные характеристики (рис. 7.6).

Изменение напряжения во внешней характеристике (рис. 7.8, б) у генератора при параллельном возбуждении составляет  $8 \div 15\%$ . Объясняется это тем, что кроме падения напряжения в якоре и размагничивающего действия реакции якоря, еще уменьшается ток возбуждения, вызванное первыми двумя причинами, приведшими к снижению напряжения на зажимах обмотки возбуждения.

У генераторов параллельного возбуждения при уменьшении сопротивления нагрузки ток увеличивается до определённого предела, называемого критическим и превышает номинальный ток в  $1,5 \div 2,5$  раза. При дальнейшем уменьшении сопротивления ток уменьшается вследствие размагничивания машины (уменьшения тока возбуждения). При коротком замыкании машина будет полностью размагничена, поэтому ток короткого замыкания обычно невелик (определяется небольшой остаточной ЭДС). Однако при внезапном коротком замыкании вследствие медленного изменения магнитного потока и ЭДС якоря ток в переходном режиме может превысить номинальное значение в несколько раз, что может вызвать перегрев щеточно-коллекторного узла. Поэтому в цепь управления этих генераторов включают реле, которое отключает цепь якоря в случае, если ток якоря превысит установленное значение.

#### **7.7.4. Генераторы последовательно и смешанного возбуждения**

У генератора с последовательным возбуждением (рис. 7.9, а), обмотка возбуждения которого включена последовательно с обмоткой якоря и нагрузкой. По обмотке последовательного возбуждения проходит ток якоря, поэтому она имеет небольшое число витков и изготавливается из провода большого сечения.

Характеристику холостого хода у этого генератора снять нельзя, т.к. на холостом ходу ЭДС в обмотке якоря индуцируется только потоком остаточного намагничивания. Отсутствует у него также и регулировочная характеристика.

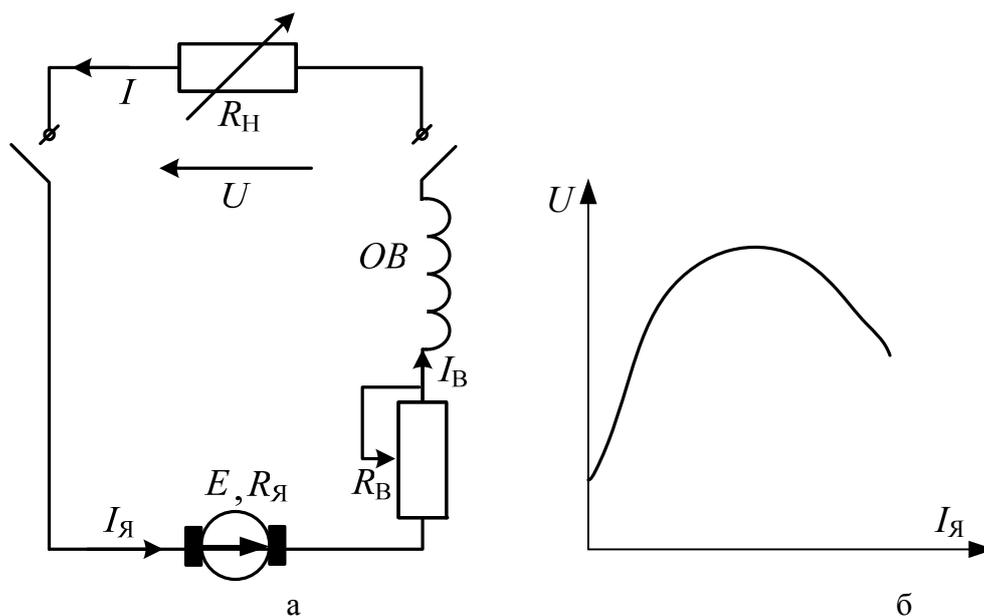


Рис. 7.9. Генератор с последовательным возбуждением:  
 а) схема; б) внешняя характеристика

Напряжение генератора во внешней характеристике (рис. 7.9, б) сначала возрастает с увеличением тока якоря, а потом начинает падать вследствие того, что возрастает падение напряжения на сопротивлении якоря и реакции якоря. В результате напряжение генератора при дальнейшем возрастании нагрузки уменьшается. По этой причине данные генераторы применяются лишь в специальных случаях.

У генератора со смешанным возбуждением две обмотки возбуждения, из которых одна подключена параллельно нагрузке, а другая – последовательно с нею.

Внешняя характеристика в генераторах смешанного возбуждения с согласным включением обмоток возбуждения наибольшая доля МДС возбуждения создается параллельной обмоткой, тогда как последовательная обмотка должна несколько перекомпенсировать размагничивающее действие реакции якоря. При увеличении тока нагрузки последовательная обмотка не только компенсирует размагничивающую составляющую реакции якоря, но и создает избыточную МДС, которая будет увеличивать магнитный поток возбуждения и ЭДС якоря. В результате внешняя характеристика генератора будет в диапазоне токов якоря от нуля до номинального значения (кривая 1 рис. 7.10, б).

В генераторах смешанного возбуждения со встречным включением обмоток возбуждения МДС последовательной обмотки возбуждения будет размагничивать машину, действуя согласно с размагничивающей составляющей реакции якоря. При уменьшении тока нагрузки их совме-

ственное размагничивающее действие уменьшается, что приводит к большему по сравнению с генераторами параллельного возбуждения росту напряжения. В результате внешняя характеристика (кривая 2 рис. 7.10, б) генератора будет иметь резко возрастающий характер.

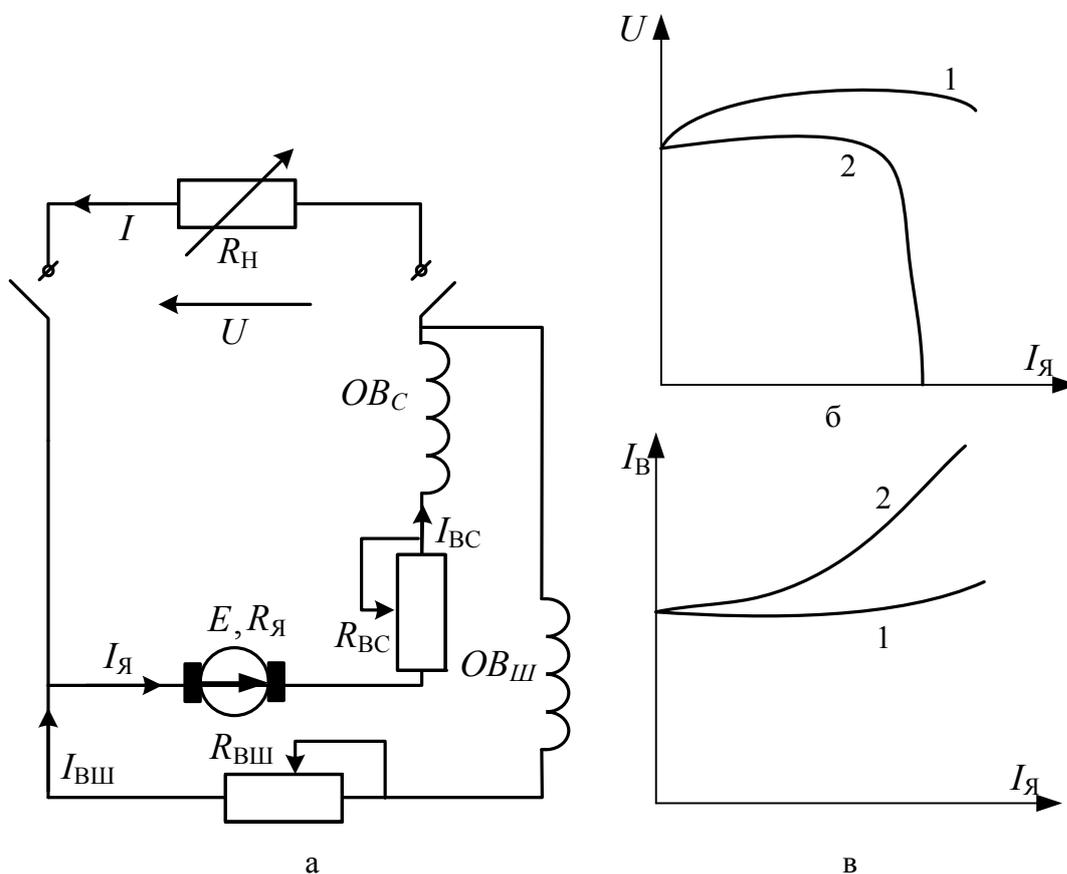


Рис. 7.10. Генератор со смешанным возбуждением:

а) схема; б) внешняя характеристика; в) регулировочная характеристика

В регулировочной характеристике у генераторов со смешанным согласным возбуждением (кривая 1, рис. 7.10, в) при увеличении тока нагрузки ток возбуждения сначала необходимо уменьшать. После достижения номинального значения тока, ток возбуждения следует увеличивать.

Таким образом, генераторы со смешанным согласным включением обмоток возбуждения позволяют получить приблизительно одинаковое напряжение при изменении нагрузки в широких пределах.

В генераторе со смешанным встречным возбуждением из-за их сильного размагничивания с ростом тока нагрузки для поддержания напряжения необходимо резко увеличивать ток возбуждения (кривая 2, рис. 7.10, в).

## 7.8. Двигатели постоянного тока

Двигатели постоянного тока находят широкое применение в электроприводах механизмов, где требуется широкое изменение частоты вращения. Они используются в металлургической промышленности, станкостроении, системах автоматического регулирования, на электрическом транспорте, в авиации и автомобилестроении. Двигатели постоянного тока могут иметь мощность в пределах от нескольких ватт до нескольких тысяч киловатт.

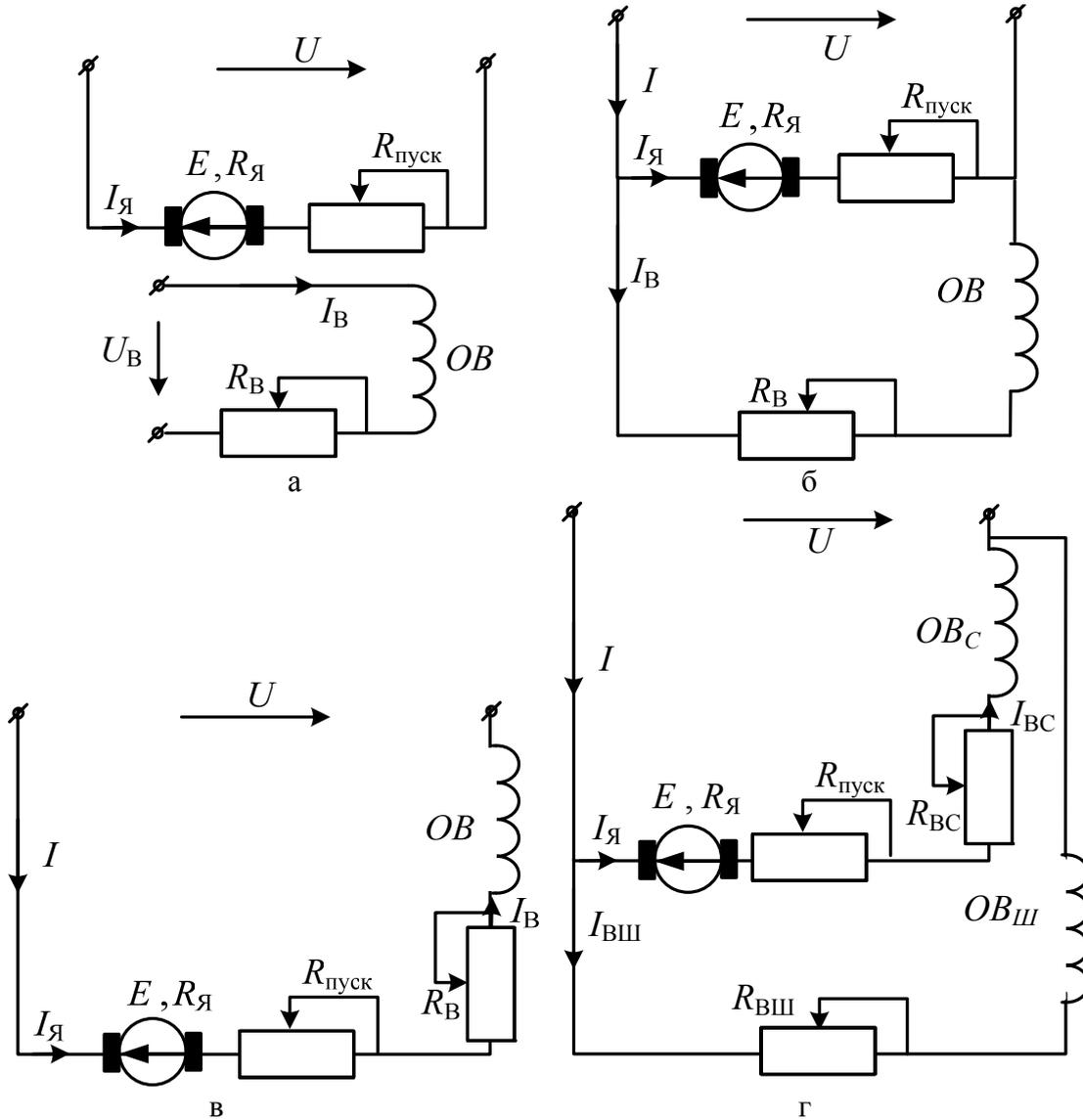


Рис. 7.11. Схемы двигателей постоянного тока:  
 а) независимого возбуждения; б) параллельного возбуждения;  
 в) последовательного возбуждения; г) смешанного возбуждения

Двигатели постоянного тока классифицируют по способу включения обмотки возбуждения. Различают двигатели независимого (рис.

7.11, *а*), параллельного (рис. 7.11, *б*), последовательного (рис. 7.11, *в*) и смешанного (рис. 7.11, *г*) возбуждения. Электрические схемы этих двигателей аналогичны схемам соответствующих генераторов. В отличие от генератора, и ток якоря, и ток возбуждения в двигателях постоянного тока потребляется из сети.

### 7.8.1. Характеристики двигателя постоянного тока

Эксплуатационные свойства двигателей постоянного тока определяются *механической характеристикой* – это зависимость установившейся частоты вращения ротора от вращающего момента двигателя, при постоянном напряжении сети, магнитном потоке и сопротивлении цепи якоря, т. е.  $n = f(M)$  при  $U = const$ ,  $\Phi = const$ .

Механическая характеристика двигателя описывается выражением:

$$n = \frac{U}{c_E \cdot \Phi} \cdot \left( 1 - \frac{R_{\text{я}} \cdot M}{U \cdot c_M \cdot \Phi} \right) = n_0 \cdot \left( 1 - \frac{M}{M_{n0}} \right),$$

где  $n_0$  – частота идеального холостого хода двигателя, при котором  $E = U$ , поэтому ток якоря равен нулю;  $M_{n0}$  – начальный пусковой момент при пусковом токе.

Жесткость механической характеристики определяется углом ее наклона к оси ординат, чем угол меньше, тем менее жесткой (более мягкой) является эта характеристика. Для получения более мягкой характеристики в цепь якоря последовательно вводят дополнительный резистор.

Механическая характеристика двигателя при номинальных напряжении и магнитном потоке и отсутствии пусковых и регулировочных реостатов называется естественной.

*Двигатели параллельного и независимого возбуждения* имеют «жесткую» естественную механическую характеристику (кривая 1, рис. 7.13, *а*), т.к. изменение нагрузки на валу двигателя от холостого хода до номинальной вызывает изменение частоты вращения на  $3 \div 8\%$ .

*У двигателей последовательно возбуждения* главный магнитный поток двигателя изменяется пропорционально току якоря, пока магнитная цепь не насыщена. При увеличении нагрузки двигателя возрастают падение напряжения в сопротивлении якоря и магнитный поток. Снижается скорость. Механическая характеристика получается мягкой (кривая 2, рис. 7.13, *а*).

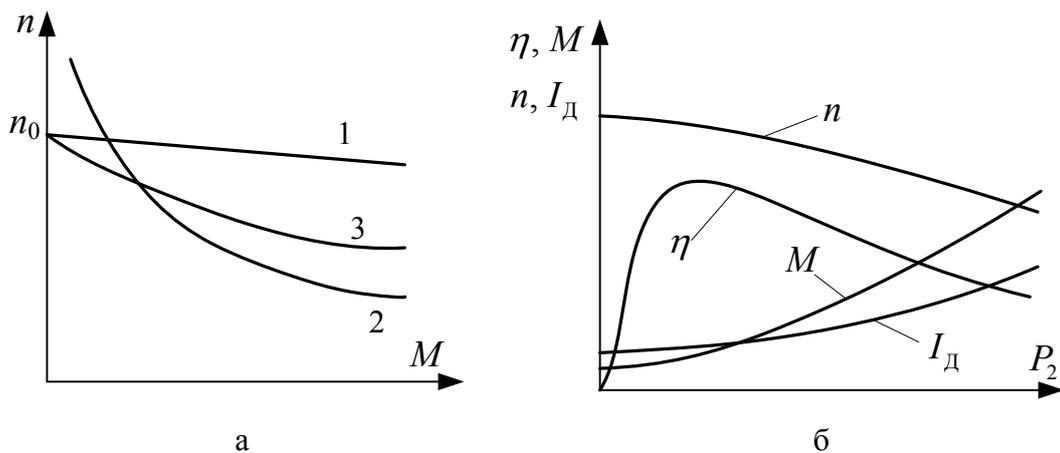


Рис. 7.12. Характеристики двигателя постоянного тока:  
а) механические; б) рабочие

У двигателей смешанного возбуждения магнитный поток создается действием двух обмоток возбуждения – параллельной и последовательной. Магнитный поток двигателя за счет последовательной обмотки будет увеличиваться с ростом тока якоря. Увеличение магнитного потока будет тем больше, чем больше число витков имеет последовательная обмотка. Это смягчает механическую характеристику (кривая 3, рис. 7.13, а). В двигателе с последовательно-параллельным возбуждением преобладает последовательное возбуждение, но благодаря наличию параллельной обмотки нарастание частоты вращения двигателя при уменьшении нагрузки на валу ограничено. В двигателе с параллельно-последовательным возбуждением преобладает параллельное возбуждение. Наличие дополнительной последовательной обмотки стабилизирует основной магнитный поток двигателя.

**Рабочие характеристики** (рис.7.12, б) двигателя представляют собой зависимости потребляемой мощности из сети  $P_1 = f(P_2)$ , тока двигателя  $I_d = f(P_2)$ , частоты вращения  $n = f(P_2)$ , момента  $M = f(P_2)$  и КПД  $\eta = f(P_2)$  от мощности на валу двигателя при неизменных напряжении и токе возбуждения ( $U = const$  и  $I_B = const$ ). Характеристики частоты вращения и момента являются линейными, а зависимости КПД, тока и мощности имеют характер, общий для всех электрических машин.

### 7.8.2. Способы регулирования частоты вращения двигателя постоянного тока

Регулировать частоту вращения якоря при постоянном моменте можно несколькими способами.

**Реостатное регулирование** – изменение суммарного сопротивления цепи якоря. Осуществляют введением дополнительно реостата в цепь якоря. Механическая характеристика становится круто падающей. Частота вращения падает тем значительнее, чем больше введенное дополнительное сопротивление. Оно не экономичное, его применяют только для двигателей небольшой мощности.

**Полюсное регулирование** – изменение магнитного потока полюсов. Осуществляется изменением магнитного потока за счет регулирования тока возбуждения с помощью дополнительного реостата в цепи возбуждения. При значительном уменьшении потока возбуждения ток якоря и частота вращения ненагруженного двигателя резко увеличиваются, что может привести к механическому повреждению двигателя. Поэтому двигатели снабжают аппаратурой автоматической защиты, которая отключает их от сети при чрезмерном уменьшении тока возбуждения. При нагрузке на валу, близкой к номинальной, полюсное регулирование применять нельзя, так как с уменьшением магнитного потока ток якоря превысит номинальный. При данном способе возможно увеличение частоты вращения. Полюсное регулирование является экономичным, т.к. КПД двигателя практически не изменяется.

**Якорное регулирование** – изменение напряжения, подводимого к якорю. Осуществляется безреостатным изменением напряжения на якоре только при независимом возбуждении двигателя, т.к. при другом типе возбуждения одновременно изменялся бы и магнитный поток, что привело бы к изменению тока якоря, но не частоты вращения. От источника регулируемого напряжения на якорь двигателя независимого возбуждения подается напряжение, которое можно плавно изменять от нуля до номинального и обратно с переменной полярностью. Позволяет регулировать частоту вращения вниз от номинального значения с сохранением высокого КПД.

### 7.8.3. Способы пуска двигателя постоянного тока

Пуском называют процесс разгона якоря двигателя от неподвижного состояния до установившегося значения частоты вращения.

Установившееся значение частоты вращения соответствует равенство моментов вращательного и сопротивления. В процессе пуска вращающий момент должен быть существенно больше момента сопротивления на валу.

Пуск характеризуется: кратностью пускового тока; кратностью пускового момента; временем пуска.

При пуске двигателя необходимо: обеспечить надлежащее значение пускового момента и предотвратить возникновение чрезмерного

пускового тока, опасного для двигателя. Пусковые качества двигателя тем выше, чем больше его пусковой момент при пусковом токе, не превышающем допустимый.

**Прямой пуск** – обмотка якоря непосредственно подключается к сети. Пусковой ток ограничивается только малым внутренним сопротивлением обмотки якоря

$$I_{\text{пуск}} = \frac{U_{\text{ном}}}{R_{\text{я}}} \approx (10 \div 30) I_{\text{ном}}.$$

Такой большой ток вызывает опасное искрение на коллекторе и чрезмерно большой пусковой момент, что вызывает по валу рывок или удар, отрицательно сказывающийся на работе двигателя. Прямой пуск применяется для двигателей малой мощности (до 1 кВт), у которых сопротивление якоря относительно велико, а время разгона мало (меньше 1 с). В этом случае обмотка якоря не успевает нагреться, и толчок момента оказывается сравнительно небольшим.

**Реостатный пуск** – последовательно в цепь якоря включают пусковой реостат для ограничения пускового тока. Его сопротивление выбирают с таким расчетом, чтобы пусковой ток не превышал номинальный в  $2 \div 2,5$  раза. По мере увеличения частоты вращения двигателя пусковой реостат выводят. Пусковые реостаты могут быть как с ручным, так и с автоматическим управлением. В двигателях большой мощности пусковой реостат вызывает значительные потери энергии, особенно при частых пусках.

**Пуск при пониженном напряжении** – к якорю подводят пониженное напряжение от источника с регулируемым напряжением.

Среди всех электродвигателей двигатели постоянного тока имеют лучшие пусковые качества. При относительно небольшом пусковом токе  $(2 \div 2,5) I_{\text{ном}}$  они могут создавать достаточно большой пусковой момент  $(2,5 \div 4) M_{\text{ном}}$ . Это обеспечивает быстрый разгон приводимых ими механизмов.

#### 7.8.4. Способы электрического торможения двигателя постоянного тока

При отключении двигателя постоянного тока от источника электрической энергии якорь некоторое время продолжает вращаться по инерции за счет запасенной кинетической энергии. Для того чтобы быстро остановить вращающийся двигатель, осуществляют торможение как с помощью механических тормозов, так и электрически. Сущность электрических способов торможения состоит в том, что электрическая машина переводится из двигательного в генераторный режим и, следо-

вательно, создается электромагнитный момент, направленный против вращения.

**Динамическое торможение.** Обмотка возбуждения включена в сеть. Якорь двигателя отключают от сети и для ограничения тока замыкают на дополнительный резистор. Но по инерции якорь продолжает вращаться и в его обмотке наводится ЭДС того же направления, что и при двигательном режиме. Однако при отсутствии напряжения сети ток якоря меняет знак на противоположный, следовательно, электромагнитный момент становится тормозным. Машина начинает работать в режиме генератора независимого возбуждения.

**Рекуперативное торможение** происходит, когда у машины, подключенной к сети, частота вращения превысит частоту вращения при идеальном холостом ходу. При этом ЭДС якоря превышает напряжение сети, а ток якоря меняет знак на противоположный и будет создаваться тормозной момент. Машина начинает работать генератором параллельно с сетью, в которую она отдает энергию. Такой способ торможения не приводит к остановке якоря, а лишь ограничивает частоту вращения. У двигателей последовательного возбуждения рекуперативное торможение осуществить невозможно, так как у них при увеличении частоты вращения уменьшается магнитный поток и, следовательно, ЭДС не может быть больше приложенного напряжения.

**Торможение противовключением.** Обмотки двигателя включены для одного направления вращения, а якорь под воздействием внешнего момента или сил инерции вращается в противоположном направлении. Торможение осуществляется путем изменением полярности подводимого к якорю напряжения. Так как после переключения полярность напряжения изменилась, то ток якоря может приобрести недопустимо большое значение, и для его ограничения в цепь якоря включают резистор с сопротивлением в 2 раза превышающим максимальное сопротивление пускового реостата.

## 7.9. Потери энергии и КПД машин постоянного тока

Работа электрической машины сопровождается различного рода потерями энергии в ней, вызывающими нагрев частей машины. В машине постоянного тока электрические потери в обмотке якоря составляют примерно 50% всех потерь при номинальном режиме. Электрические потери в обмотках, зависящие от квадрата тока якоря, называют переменными. Другими потерями, считающимися постоянными или потерями холостого хода – это потери практически не зависящие от тока якоря. Ими являются: магнитные потери в магнитопроводе якоря, воз-

никающие вследствие его перемагничивания при вращении, составляют  $1 \div 3\%$ ; механические потери от трения в подшипниках и вентиляционные – менее  $1 \div 2\%$ ; электрические потери в обмотке возбуждения –  $0,5 \div 0,7\%$ . Механические потери всегда больше электрических потерь.

**К генератору** подводится механическая мощность. Часть этой мощности расходуется на механические и магнитные потери, а остальная часть преобразуется в электрическую мощность, которая называется электромагнитной мощностью. Полезная электрическая мощность генератора меньше электромагнитной мощности на значение электрических потерь в обмотках якоря и возбуждения.

**К двигателю** подводится электрическая мощность. Часть этой мощности расходуется на электрические потери в обмотках возбуждения и якоря. Остальная часть преобразуется в механическую мощность, которая называется электромагнитной мощностью. Полезная механическая мощность на валу меньше электромагнитной мощности на величину механических и магнитных потерь.

Основной энергетический показатель машины – КПД, который изменяется вместе с изменением тока якоря. Машина проектируется таким образом, чтобы наибольший КПД примерно соответствовал номинальной мощности (когда переменные потери равны постоянным). Номинальное значение КПД машины постоянного тока зависит от ее номинальной мощности. При перегрузке электрические потери растут быстрее, чем полезная мощность и КПД снижается.

Современные электрические машины имеют высокий КПД. Так у машин постоянного тока мощностью 10 кВт КПД составляет  $83 \div 87\%$ , мощностью 100 кВт –  $88 \div 93\%$ . Лишь микромашины имеют относительно низкие КПД, например, у двигателя постоянного тока мощностью 10 Вт КПД –  $30 \div 40\%$ .

## 7.10. Примеры решения задач

**Пример 7.1.** Генератор постоянного тока параллельного возбуждения имеет номинальную мощность  $P_2 = 10$  кВт; номинальное напряжение  $U = 230$  В; частоту вращения  $n = 1450$  об/мин; сопротивление обмоток цепи обмотки возбуждения  $R_B = 150$  Ом; сопротивление обмоток якоря  $R_{\text{я}} = 0,3$  Ом; КПД в номинальном режиме  $\eta = 86,5\%$ . Падением напряжения в щеточном контакте пренебречь. **Определить:** ток генератора, ток в цепи возбуждения, ток в цепи якоря, ЭДС якоря, электромагнитный момент, электромагнитная мощность, мощность приводного двигателя. Генератор работает при номинальной нагрузке.

**Решение:**

Ток генератора:  $I = \frac{P_2}{U} = \frac{10000}{230} = 43,5 \text{ А}.$

Ток в обмотке возбуждения:  $I_B = \frac{U}{R_B} = \frac{230}{150} = 1,5 \text{ А}.$

Ток в цепи якоря:  $I_{\text{я}} = I + I_B = 43,5 + 1,5 = 45 \text{ А}.$

ЭДС якоря:  $E = U + I_{\text{я}} \cdot R_{\text{я}} = 230 + 45 \cdot 0,3 = 243,5 \text{ В}.$

Электромагнитная мощность:  $P_{\text{эм}} = E \cdot I_{\text{я}} = 243,5 \cdot 45 = 10957 \text{ Вт}.$

Электромагнитный момент:  $M_{\text{эм}} = 9,55 \cdot \frac{P_{\text{эм}}}{n} = 9,55 \cdot \frac{10957}{1450} = 72 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

Мощность приводного двигателя:

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta/100} = \frac{10000}{0,865} = 11561 \text{ Вт}.$$

**Пример 7.2.** В генераторе постоянного тока независимого возбуждения с номинальным напряжением  $U = 440 \text{ В}$  установился ток  $I = 64 \text{ А}$  при частоте якоря  $n = 2800 \text{ об/мин}$ . В новом режиме работы нагрузка и магнитный поток не изменились, но частота якоря стала  $n^* = 740 \text{ об/мин}$ . **Определить** напряжение и ток в генераторе в новом режиме.

**Решение:**

В генераторе независимого возбуждения ток генератора равен току якоря, т.е.  $I = I_{\text{я}}$ .

В номинальном режиме:

Напряжение на нагрузке  $U = I \cdot R_{\text{н}}$ .

ЭДС якоря  $E = U + I \cdot R_{\text{я}} = I \cdot R_{\text{н}} + I \cdot R_{\text{я}}$ , с другой стороны  $E = c_E \cdot n \cdot \Phi$ .

Получили:  $I \cdot R_{\text{н}} + I \cdot R_{\text{я}} = c_E \cdot n \cdot \Phi$ .

В новом режиме, соответственно:

$$E^* = U^* + I^* \cdot R_{\text{я}} = I^* \cdot R_{\text{н}} + I^* \cdot R_{\text{я}} = c_E \cdot n^* \cdot \Phi.$$

Возьмем отношение, полученных уравнений и получим:

$$I^* = \frac{n^*}{n} \cdot I = \frac{740}{2800} \cdot 64 = 16,9 \text{ А} \text{ и } U^* = \frac{U}{I} \cdot I^* = \frac{440}{64} \cdot 16,9 = 116,3 \text{ В}.$$

**Пример 7.3.** В электродвигателе постоянного тока с параллельным возбуждением, имеющим номинальные данные: мощность на валу  $P_2 = 130 \text{ кВт}$ ; напряжение  $U = 220 \text{ В}$ ; ток, потребляемый из сети  $I = 640 \text{ А}$ ; частоту вращения  $n = 600 \text{ об/мин}$ ; сопротивление цепи обмотки возбуждения  $R_B = 43 \text{ Ом}$ ; сопротивление обмотки якоря  $R_{\text{я}} = 0,007 \text{ Ом}$ . **Определить** номинальные суммарные и электрические потери в обмотках.

**Решение:**

Ток в обмотке возбуждения:  $I_B = \frac{U}{I_B} = \frac{220}{43} = 5,116 \text{ Ом}.$

Ток в цепи якоря:  $I_{\text{я}} = I - I_B = 640 - 5,116 = 634,884 \text{ А}.$

Электрические потери мощности

в цепи якоря:  $\Delta P_{\text{эл я}} = I_{\text{я}}^2 \cdot R_{\text{я}} = 634,884^2 \cdot 0,007 = 2821,544 \text{ Вт};$

в обмотке возбуждения:  $\Delta P_{\text{эл В}} = I_B^2 \cdot R_B = U \cdot I_B = 220 \cdot 5,116 = 1125,52 \text{ Вт}.$

Суммарные потери мощности:

$$\Sigma \Delta P = \Delta P_{\text{эл В}} + \Delta P_{\text{эл я}} = 1125,52 + 2821,544 = 3947,064 \text{ Вт}.$$

**Пример 7.4.** Двигатель постоянного тока последовательного возбуждения включен в сеть с напряжением  $U = 220 \text{ В}$  при номинальном вращающем моменте  $M = 101,7 \text{ Н} \cdot \text{м}$  развивает частоту вращения якоря  $n = 750 \text{ об/мин}$ . КПД двигателя  $\eta = 75 \%$ ; сопротивление цепи обмотки возбуждения  $R_B = 0,197 \text{ Ом}$ ; сопротивление обмотки якоря  $R_{\text{я}} = 0,443 \text{ Ом}$ . Пуск двигателя осуществляется при пусковом реостате  $R_{\text{пуск}} = 1,17 \text{ Ом}$ . Пусковой ток приводит к увеличению магнитного потока в 1,2 раза. **Определить** номинальные мощность на валу, электромагнитную и потребляемую мощности; суммарные потери в двигателе; пусковой ток и пусковой момент.

**Решение:**

Мощность на валу:  $P_2 = M \frac{\pi \cdot n}{30} = 101,7 \frac{3,14 \cdot 750}{30} = 7983,45 \text{ Вт}.$

Потребляемая мощность:  $P_1 = \frac{P_2}{\eta/100} = \frac{7983,45}{0,75} = 10644,4 \text{ Вт}.$

Суммарные потери:  $\Sigma \Delta P = P_1 - P_2 = 10644,4 - 7983,45 = 2660,95 \text{ Вт}.$

Т.к. двигатель с последовательным возбуждением, тогда ток якоря находим:

$$I_{\text{я}} = I_B = I = \frac{P_1}{U} = \frac{10644,4}{220} = 48,38 \text{ А}.$$

ЭДС якоря:

$$E = U - I \cdot (R_{\text{я}} + R_B) = 220 - (0,443 + 0,197) \cdot 48,38 = 189,04 \text{ В}.$$

Электромагнитная мощность:  $P_{\text{эм}} = E \cdot I = 189,04 \cdot 48,38 = 9145,6 \text{ Вт}.$

Пусковой ток:  $I_{\text{пуск}} = \frac{U}{R_{\text{я}} + R_{\text{пуск}} + R_B} = \frac{220}{0,443 + 1,17 + 0,197} = 121,547 \text{ А}.$

Номинальный момент:  $M = c_M \cdot \Phi \cdot I = 101,7,$

пусковой момент:  $M_{\text{пуск}} = c_M \cdot \Phi_{\text{пуск}} \cdot I_{\text{пуск}} = c_M \cdot 1,2 \cdot \Phi \cdot I_{\text{пуск}}$ .

Возьмем отношение, полученных уравнений и получим:

$$M_{\text{пуск}} = \frac{1,2 \cdot I_{\text{пуск}} \cdot M}{I} = \frac{1,2 \cdot 121,547 \cdot 101,7}{48,38} = 305,1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Кратность

пускового тока:  $\frac{I_{\text{пуск}}}{I} = \frac{121,547}{48,38} = 2,5$

пускового момента:  $\frac{M_{\text{пуск}}}{M} = \frac{305,1}{101,7} = 3.$

### 7.11. Задачи для самостоятельного решения

**Задача 7.1.** Определить ток в цепи якоря генератора постоянного тока параллельного возбуждения и ЭДС, если сопротивление обмотки якоря составляет  $R_{\text{я}} = 0,264 \text{ Ом}$ . Сопротивление параллельной обмотки возбуждения  $R_{\text{в}} = 15 \text{ Ом}$ . Генератор работает на нагрузку мощностью  $P_2 = 5 \text{ кВт}$  при напряжении  $U = 110 \text{ В}$ .

**Задача 7.2.** Двухполюсный генератор постоянного тока параллельного возбуждения имеет пар параллельных ветвей  $a = 1$ ; активных проводников обмотки якоря  $N = 500$ ; сопротивление обмотки якоря  $R_{\text{я}} = 0,155 \text{ Ом}$ ; магнитный поток полюса  $\Phi = 0,0197 \text{ Вб}$ . При номинальном режиме работы ток нагрузки составляет  $I_{\text{н}} = 50 \text{ А}$ ; ток возбуждения  $I_{\text{в}} = 1,7 \text{ А}$ ; частота вращения якоря  $n = 1450 \text{ об/мин}$ . Определить напряжение на зажимах генератора.

**Задача 7.3.** Шестиполюсной двигатель постоянного тока смешанного возбуждения работает от сети  $U = 220 \text{ В}$  и вращается с частотой  $n = 1000 \text{ об/мин}$ . Номинальный потребляемый ток равен  $I = 13,3 \text{ А}$ ; КПД составляет  $\eta = 75,2 \%$ ; сопротивление якоря  $R_{\text{я}} = 1,65 \text{ Ом}$ ; сопротивление параллельной обмотки возбуждения  $R_{\text{в}} = 183 \text{ Ом}$ . Обмотка якоря имеет  $a = 3$  пары параллельных ветвей и  $N = 240$  проводников. Определить магнитный поток; вращающий момент на валу двигателя; мощность, снимаемую с вала; потребляемую и электромагнитную мощности.

**Задача 7.4.** Электродвигатель постоянного тока параллельного возбуждения имеет номинальную мощность на валу  $P_2 = 4,5 \text{ кВт}$ ; напряжение сети  $U = 220 \text{ В}$ ; частоту вращения якоря  $n = 1500 \text{ об/мин}$ ; КПД  $\eta = 80,5 \%$ ; сопротивление обмотки якоря  $R_{\text{я}} = 0,43 \text{ Ом}$ ; сопро-

тивление цепи возбуждения  $R_B = 200 \text{ Ом}$ . Определить номинальный момент на валу; суммарные потери; момент электромагнитный; частоту вращения якоря на холостом ходу; пусковой ток – пуск без пускового реостата; сопротивление пускового реостата при условии, что пусковой ток якоря в 2 раза выше номинального тока якоря.

**Задача 7.5.** Электродвигатель постоянного тока с последовательным возбуждением с частотой вращения  $n = 1500 \text{ об/мин}$  потребляет ток  $I = 14 \text{ А}$  при напряжении  $U = 220 \text{ В}$ . Сопротивление цепи якоря  $R_{\text{я}} = 1,7 \text{ Ом}$ . Определить ЭДС якоря; момент электромагнитный; потребляемую мощность и электрические потери.

### 7.12. Индивидуальное задание №6 для самостоятельного решения «Расчет параметров генератора постоянного тока»

Генератор постоянного тока имеет: номинальную мощность  $P_2$ ; номинальное напряжение  $U$ ; частоту вращения  $n$ ; номинальный ток генератора  $I$ ; ток в цепи возбуждения  $I_B$ ; ток в цепи якоря  $I_{\text{я}}$ ; сопротивление обмоток цепи обмотки возбуждения  $R_B$ ; сопротивление в цепи якоря  $R_{\text{я}}$ , приведенное к рабочей температуре; ЭДС якоря  $E$ ; электромагнитный момент при номинальной нагрузке  $M_{\text{эм}}$ ; электромагнитная мощность  $P_{\text{эм}}$ ; мощность приводного двигателя  $P_1$ ; КПД в номинальном режиме  $\eta$ .

**Определить**, для выбранного варианта, значения параметров генератора постоянного тока, не указанные в таблицах 7.1, 7.2.

**Нарисовать**, для выбранного варианта, схему генератора постоянного тока.

Таблица 7.1

Параметры генератора

№	$P_2$ кВт	$U$ В	$n$ об/мин	$I$ А	$I_B$ А	$I_{\text{я}}$ А	$R_B$ , Ом	$R_{\text{я}}$ Ом
1	24	230	1450	–	–	–	150	0,3
2	–	110	3000	–	–	17	Нет	0,55
3	–	220	1000	15,6	Нет	–	Нет	1
4	–	230	–	87	–	–	100	0,15
5	–	110	2000	25	–	–	Нет	–
6	–	220	630	80	Нет	–	Нет	0,144
7	–	460	–	–	4	–	–	–
8	–	110	3000	95	–	–	Нет	–
9	–	220	630	–	Нет	80	Нет	0,144
10	18	230	1500	–	–	80	–	–
11	–	110	3000	–	–	21,5	Нет	–

Окончание таб. 7.1

№	$P_2$ кВт	$U$ В	$n$ об/мин	$I$ А	$I_B$ А	$I_A$ А	$R_B,$ Ом	$R_A$ Ом
12		220	460	–	Нет	405	5,5	0,008
13	45	–	1000	97,8	–	–	92	–
14	–	110	4000	260	–	–	Нет	–
15	–	220	1000	–	Нет	16	0,8	0,9
16	–	110	3600	–	1,8	34	–	–
17	–	110	4000	–	–	15	Нет	–
18	–	220	1000	15,6	Нет	–	Нет	1
19	–	230	–	90	–	–	90	0,2
20	–	110	3000	–	–	170	Нет	–
21	–	220	630	–	Нет	175	4,6	–
22	20	230	1450	–	–	92,5	–	–
23	–	110	3000	95	–	–	Нет	–
24	–	220	460	405	Нет	–	Нет	0,009
25	–	110	3000	–	1,5	12	–	–

Таблица 7.2

Параметры генератора

№	$E$ В	$M_{эм}$ Н·м	$P_{эм}$ кВт	$P_1$ кВт	$\eta$ %	Способ возбуждения
1	–	171	–	–	90	параллельное
2	–	–	–	–	89	последовательное
3	–	–	–	–	87	независимое
4	–	280	–	23	–	параллельное
5	–	15	–	–	82	последовательное
6	–	–	18,52	–	87	независимое
7	480	525	55	–	88	параллельное
8	–	37,5	–	–	85	последовательное
9	–	–	–	–	86	независимое
10	240	–	–	21	–	параллельное
11	–	7,8	–	–	89	последовательное
12	–	–	–	–	85	независимое
13	477	–	–	–	88	параллельное
14	–	72	–	–	88	последовательное
15	–	–	–	–	85	независимое
16	–	10,5	–	–	85	параллельное
17	–	4,5	–	–	80	последовательное
18	–	–	–	–	88	независимое
19	–	280	–	25	–	параллельное
20	–	62	–	–	90	последовательное
21	–	–	42,52	–	82	независимое
22	235	–	–	23	–	параллельное

Окончание таб. 7.2

№	$E$ В	$M_{эм}$ Н·м	$P_{эм}$ кВт	$P_1$ кВт	$\eta$ %	Способ возбуждения
23	–	35	–	–	89	последовательное
24	–	–	–	–	80	независимое
25	–	–	1,4	–	75	параллельное

**Примечание.** При расчетах падением напряжения в щеточном контакте пренебречь.

## ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Задача 1.1.  $R_{ab} = 4 \text{ Ом}$

Задача 1.2.  $R_{ab} = 10 \text{ Ом}$

Задача 1.3.  $R_{ab} = 3 \text{ Ом}$

Задача 1.4.  $I = 20 \text{ А}$

Задача 1.5.  $I = 10 \text{ А}$

Задача 2.1.  $u(t) = 10\sqrt{2} \sin(10^4 t)$ , В.

Задача 2.2.  $\varphi = -105^\circ$ .

Задача 2.3.  $P = 346 \text{ Вт}$ ;  $Q = 200 \text{ Вар}$ ;  $S = 400 \text{ ВА}$ .

Задача 2.4.  $R = 35,35 \text{ Ом}$ ;  $L = 112,5 \text{ мГн}$ .

Задача 2.5.  $C = 0,32 \text{ мФ}$ ;  $I = 10 \text{ А}$ .

Задача 3.1.  $I_A = 22 \text{ А}$ .

Задача 3.2.  $I_A = 12,8 \text{ А}$ .

Задача 3.3.  $P_1 = 0 \text{ Вт}$ ;  $P_2 = 173 \text{ Вт}$ ;  $S = 3000 \text{ ВА}$ .

Задача 3.4.  $P = 10,062 \text{ кВт}$ .

Задача 3.5.  $I_A = 2,9 \cdot e^{-j36,5^\circ}$ , А.

Задача 4.1.  $S_{\text{ном}} = 10500 \text{ кВА}$ ;  $I_{2\text{ном}} = 1666 \text{ А}$ .

Задача 4.2.  $w_2 = 80$ ;  $w_l = 1200$ ;  $I_{1\text{ном}} = 16,7 \text{ А}$ ;  $I_{2\text{ном}} = 250 \text{ А}$ ;  $Q_{\text{ст}} = 0,017 \text{ м}^2$ .

Задача 4.3.  $Z_K = 180 \text{ Ом}$ ;  $R_K = 95,4 \text{ Ом}$ ;  $X_K = 153 \text{ Ом}$ ;  $Z_m = 217,4 \text{ кОм}$ ;  
 $R_m = 61,4 \text{ кОм}$ ;  $X_m = 208,5 \text{ кОм}$ .

Задача 4.4.  $\Delta U_{\text{ном}} = -2,093 \%$ ;  $U_2 = 408,372 \text{ В}$ .

Задача 4.5.  $\eta = 97\%$ ;  $\eta_{\text{max}} = 98\%$ .

Задача 5.1.  $f_2 = 4 \text{ Гц}$ ;  $E_2 = 2,5 \text{ В}$ .

Задача 5.2.  $n_2 = 960 \text{ об/мин}$ ;  $P_2 = 18144 \text{ Вт}$ ;  $P_1 = 22126 \text{ Вт}$ ;  $I_1 = 41,9 \text{ А}$ .

Задача 5.3.  $M_{\text{пуск}} = 26,52 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ;  $M_{\text{max}} = 33,15 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

Задача 5.4.  $s = 3 \%$ ;  $\Delta P = 8,33$  кВт;  $P_1 = 83,33$  кВт;  $M = 738,72$  Н·м.

Задача 5.5.  $E_1 = 221,445$  В;  $E_2 = 2,812$  В.

Задача 6.1.  $P_{\text{ном}} = 297$  кВт;  $P_{\text{ном}} = 322,8$  кВт;  $\Sigma P = 25,8$  кВт;  $I_{\text{ном}} = 30,2$  А;

$M_{\text{ном}} = 3083$  Н·м.

Задача 6.2.  $\omega_1 = 19$ .

Задача 6.3.  $M_{\text{вр}} = 95,5$  Н·м.

Задача 7.1.  $E = 123,9$  В;  $I_{\text{я}} = 52,78$  А.

Задача 7.2.  $U = 230$  В.

Задача 7.3.  $\Phi = 0,05$  Вб;  $M_{\text{вр}} = 21$  Н·м;  $P_2 = 2200,35$  Вт;  $P_1 = 2926$  Вт;

$P_{\text{эм}} = 2420,4$  Вт.

Задача 7.4.  $M_2 = 28,7$  Н·м;  $\Sigma \Delta P = 1090$  Вт;  $M_{\text{эм}} = 32,43$  Н·м;

$n = 1574,8$  об/мин;  $I_{\text{пуск}} = 512,7$  А;  $R_{\text{пуск}} = 4,13$  Ом.

Задача 7.5.  $E = 196,2$  В;  $M_{\text{эм}} = 17,5$  Н·м;  $P_1 = 3,08$  кВт;  $\Delta P_{\text{эл}} = 333,2$  Вт.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жаворонков М.А., Кузин А.В. Электротехника и электроника. – М.: Академия, 2005.
2. Забродин Ю.С. Промышленная электроника: Учебник для вузов.–М.: Высшая школа, 1982.–496 с.
3. Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника: учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 2000.
4. Рекус Г.Г., Белоусов А.И. Сборник задач и упражнений по электротехнике и основам электроники. – М.: Высшая школа, 2001.
5. Ушаков В.Н. Электротехника и электроника: Учебное пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1997. – 328 с.

Учебное издание

МАКЕНОВА Наиля Алтынхановна  
ХОХЛОВА Татьяна Евгеньевна

## РЕШЕБНИК ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ

Учебное пособие

Научный редактор  
*доктор технических наук,*  
*профессор В.И. Курец*  
Компьютерная верстка *Т.Е.Хохлова*  
Дизайн обложки

Подписано к печати Формат 60x84/16. Бумага «Снегурочка».

Печать XEROX. Усл.печ.л. . Уч.-изд.л. .

Заказ . Тираж экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет

Система менеджмента качества

Издательства Томского политехнического университета  
сертифицирована в соответствии с требованиями ISO 9001:2008



ИЗДАТЕЛЬСТВО  ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30

Тел./факс: 8(3822)56-35-35, [www.tpu.ru](http://www.tpu.ru)