Тема: Квадратные уравнения и неравенства.

Квадратным уравнением называется уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где a, b и c – некоторые числа.

Универсальный способ решения квадратных уравнений – через дискриминант.

Формула дискриминанта: $D = b^2 - 4ac$.

Формула нахождения корней: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Пример решения уравнения:

$5x^2 + 4x - 1 = 0$

$a = 5 \quad b = 4 \quad c = -1$

$D = 4^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-1) = 36, \ \sqrt{D} = \sqrt{36} = 6$

$$x_1 = \frac{-4 + 6}{2 \cdot 5} = 0{,}2$$

$$x_2 = \frac{-4 - 6}{2 \cdot 5} = -1$$

Ответ: -1; 0,2.

Частные случаи квадратных уравнений:

1) $2x^2 - 32 = 0$;
$2x^2 = 32$;
$x^2 = 16$;
$x = \pm 4$.

2) $5x^2 + 20x = 0$;
$5x(x + 4) = 0$;
$5x = 0$ или $x + 4 = 0$;
$x = 0 \qquad x = -4$.

Квадратные неравенства решаются методом интервалов. Для этого ты должен уметь решать квадратные уравнения и раскладывать квадратный трехчлен на множители по формуле $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

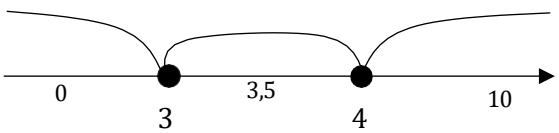
Разберемся на примере $x^2 - 7x + 12 < 0$.

Решив квадратное уравнение $x^2 - 7x + 12 = 0$ мы получим корни $x_1 = 3$ и $x_2 = 4$.

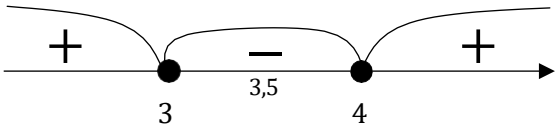
Разложим на множители трехчлен $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$.

Теперь неравенство принимает вид $(x - 3)(x - 4) < 0$.

Отметим корни квадратного уравнения на числовой прямой. Получили три промежутка.



Начинаем с самого правого промежутка. Из него выбираем какое-нибудь число, например, 10. Подставляем его вот сюда и определяем знак промежутка: (10 - 3)(10 - 4) > 0 - положительный. Ставим над промежутком плюсик.



Следующий промежуток посерединке. В нем выбираем число, например, 3,5. Также подставляем его в неравенство и определяем знак промежутка:
(3,5 - 3)(3,5 - 4) < 0 – отрицательный. Ставим знак минус.

Аналогично с левым промежутком. Там я выбрала ноль. Знак промежутка получился положительным.
Далее смотрим на знак исходного неравенства: <. Значит, нас интересуют промежутки с минусом. Ответ: (3; 4)

Решите уравнения и неравенства.

1) $x^2 - 10x + 24 = 0$;

2) $2x^2 + 5x = 7$;

3) $x^2 = -9x - 8$;

4) $x^2 = 5x + 36$;

5) $9x^2 - 9x + 4 = 7x^2$;

6) $x^2 - 20x = -5x - 13 - x^2$;

7) $5x^2 + 5x - 24 = 2x^2 + 11x$;

8) $7x^2 - 14x = 0$;

9) $4x^2 - 20x = 0$;

10) $x^2 - 121 = 0$;

11) $x^2 - 25 = 0$;

12) $-\frac{1}{5}x^2 + 20 = 0$;

13) $(x - 8)(x + 6) \leq 0$;

14) $x^2 + 17x > -72$;

15) $x^2 - 7x < 6x - 15 - x^2$.

16) $x^2 + 6x - 33 > 0$

17) $x^2 + 6x - 33 < 0$

18) $x^2 - 16 > 0$

19) $x^2 + 6x + 33 > 0$

20) $x^2 + 6x + 33 < 0$

21) $16 - X^2 < 0$