

2. Логарифмическая функция, её свойства и график

Определение. Логарифмической функцией называется функция вида

$$y = \log_a x, \text{ где } a - \text{ заданное число, } a > 0, a \neq 1.$$

Свойства логарифмической функции

1. Областью определения логарифмической функции являются все положительные действительные числа: $D(y) = (0; \infty)$.

Это следует из определения логарифма числа ***b*** по основанию ***a***:

$$\log_a b \text{ имеет смысл, если } b > 0.$$

2. Множеством значений логарифмической функции являются все действительные числа: $E(y) = (-\infty; \infty)$.

3. Логарифмическая функция обращается в нуль при $x = 1$.

Решим уравнение $\log_a x = 0$. По определению логарифма получаем:

$$a^0 = x, \text{ т. е. } x = 1.$$

4. Логарифмическая функция $y = \log_a x$ возрастает на всей области определения, если $a > 1$.

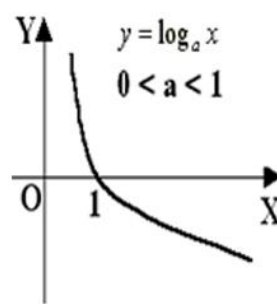
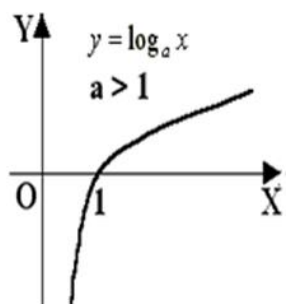
Логарифмическая функция $y = \log_a x$ убывает на всей области определения, если $0 < a < 1$.

5. Логарифмическая функция $y = \log_a x$:

а) при $a > 1$ принимает положительные значения, если $x > 1$; отрицательные значения, если $0 < x < 1$.

б) при $0 < a < 1$ принимает положительные значения, если $0 < x < 1$, и отрицательные значения, если $x > 1$.

6. Логарифмическая функция непрерывна на всей области определения.



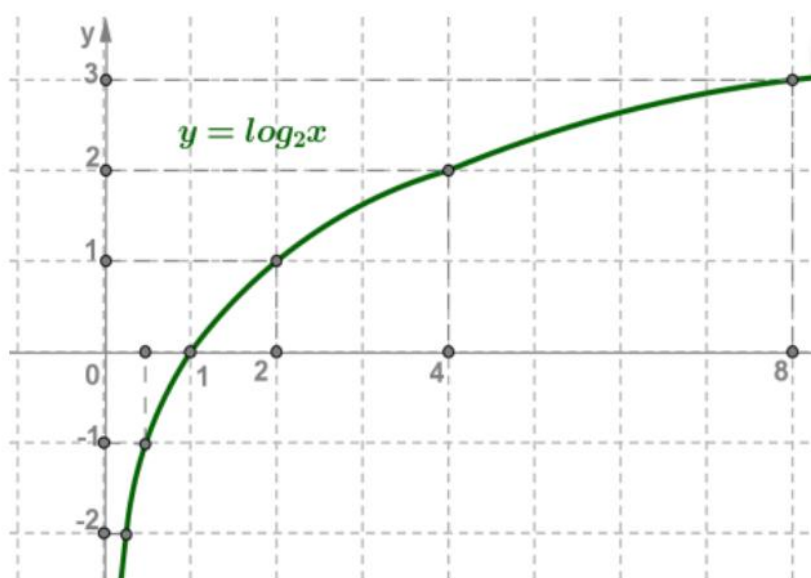


Логарифмическая функция не является ни чётной, ни нечётной;
не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
не ограничена сверху, не ограничена снизу;
график любой логарифмической функции $y = \log_a x$ проходит через точку $(1; 0)$.

Пример:

1. $y = \log_2 x$, основание $2 > 1$.

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_2 x$	-2	-1	0	1	2	3



Задание:

1. График функции $y = \log_a x$ проходит через точку $(16; 4)$. Вычислите основание a .
2. Постройте график функции $y = \log_2(x - 1)$ и укажите область определения, область значения, и возрастает или убывает функция.