

В тетрадь выписать основные понятия (выделенные желтым цветом), выполнить задание, предоставить скриншоты выполненных заданий (можно отправить по электронной почте: prepodavatelikt@gmail.com)

ТЕМА: «Логические основы компьютеров»

Краткие теоретические сведения

Теоретическую основу логики функционирования компьютеров составляет наука, именуемая алгеброй логики.

Алгебра логики возникла в середине XIX века в трудах английского математика Джорджа Буля. Занимаясь исследованием законов мышления, Дж. Буль применил в логике систему формальных обозначений и правил, близкую к математической. Впоследствии эту систему называли алгеброй логики или булевой алгеброй.

Алгебра логики — это раздел математики, изучающий высказывания, рассматриваемые со стороны их логических значений (истинности или ложности) и логических операций над ними.

Основное назначение разработанной системы, по замыслу Дж. Буля, состояло в том, чтобы кодировать логические высказывания и сводить структуры логических умозаключений к простым выражениям, близким по форме к математическим формулам. Результатом формального расчета логического выражения является одно из двух логических значений: истина или ложь.

Не вся система Джорджа Буля (как и не все предложенные им логические операции) были использованы при создании электронных вычислительных машин, но четыре основные операции: И (пересечение), ИЛИ (объединение), НЕ (обращение) и ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ — лежат в основе работы всех видов процессоров современных компьютеров.

Логическое высказывание — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Пример: предложение "6 — четное число" следует считать высказыванием, так как оно истинное. Предложение "Рим — столица Франции" тоже высказывание, так как оно ложное.

Разумеется, **не всякое предложение является логическим высказыванием.** Высказываниями не являются, например, предложения "ученик десятого класса" и "информатика — интересный предмет". Первое предложение ничего не утверждает об ученике, а второе использует слишком неопределённое понятие "интересный предмет". Вопросительные и восклицательные предложения также не являются высказываниями, поскольку говорить об их истинности или ложности не имеет смысла.

Предложения типа "в городе А более миллиона жителей", "у него голубые глаза" не являются высказываниями, так как для выяснения их истинности или ложности нужны дополнительные сведения: о каком конкретно городе или человеке идет речь. Такие предложения называются **высказывательными формами**.

Высказывательная форма — это повествовательное предложение, которое прямо или косвенно содержит хотя бы одну переменную и становится высказыванием, когда все переменные замещаются своими значениями

Употребляемые в обычной речи слова и словосочетания "не", "и", "или", "если...", "то", "тогда и только тогда" и другие позволяют из уже заданных высказываний строить новые высказывания. Такие слова и словосочетания **называются логическими связками**

Чтобы обращаться к логическим высказываниям, им назначают имена. Пусть через А обозначено высказывание "Тимур поедет летом на море", а через В — высказывание "Тимур летом отправится в горы". Тогда составное высказывание "Тимур летом побывает и на море, и в горах" можно кратко записать как **А и В**. Здесь "и" — логическая связка, А, В — логические переменные, которые могут принимать только два значения — "истина" или "ложь", обозначаемые, соответственно, "1" и "0".

Каждая логическая связка рассматривается как операция над логическими высказываниями и имеет свое название и обозначение:

НЕ Операция, выражаемая словом "не", называется **отрицанием** и обозначается чертой над высказыванием (или знаком $\neg$). Высказывание $\neg A$ истинно, когда A ложно, и ложно, когда A истинно. Пример. "Луна — спутник Земли" (A); "Луна — не спутник Земли" ($\neg A$).

И Операция, выражаемая связкой "и", называется **конъюнкцией** (лат. conjunctio — соединение) или логическим умножением и обозначается точкой " $\cdot$ " (может также обозначаться знаками $\wedge$ или $\&$). Высказывание $A \cdot B$ истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B истинны. Например, высказывание "10 делится на 2 и 5 больше 3" истинно, а высказывания "10 делится на 2 и 5 не больше 3", "10 не делится на 2 и 5 больше 3", "10 не делится на 2 и 5 не больше 3" — ложны.

ИЛИ Операция, выражаемая связкой "или" (в неисключающем смысле этого слова), называется **дизъюнкцией** (лат. disjunctio — разделение) или логическим сложением и обозначается знаком $\vee$ (или плюсом). Высказывание $A \vee B$ ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B ложны. Например, высказывание "10 не делится на 2 или 5 не больше 3" ложно, а высказывания "10 делится на 2 или 5 больше 3", "10 делится на 2 или 5 не больше 3", "10 не делится на 2 или 5 больше 3" — истинны.

ЕСЛИ-ТО Операция, выражаемая связками "если ..., то", "из ... следует", "... влечет ...", называется **импликацией** (лат. *implico* — тесно связаны) и обозначается знаком $\rightarrow$. Высказывание $A \rightarrow B$ ложно тогда и только тогда, когда A истинно, а B ложно.

Каким же образом импликация связывает два элементарных высказывания? Покажем это на примере высказываний: "данный четырёхугольник — квадрат" (A) и "около данного четырёхугольника можно описать окружность" (B). Рассмотрим составное высказывание $A \rightarrow B$, понимаемое как "если данный четырёхугольник квадрат, то около него можно описать окружность". Есть три варианта, когда высказывание $A \rightarrow B$ истинно:

1. A истинно и B истинно, то есть данный четырёхугольник квадрат, и около него можно описать окружность;
2. A ложно и B истинно, то есть данный четырёхугольник не является квадратом, но около него можно описать окружность (разумеется, это справедливо не для всякого четырёхугольника);
3. A ложно и B ложно, то есть данный четырёхугольник не является квадратом, и около него нельзя описать окружность.

Ложен только один вариант, когда A истинно, а B ложно, то есть данный четырёхугольник является квадратом, но около него нельзя описать окружность.

В обычной речи связка "если ..., то" описывает причинно-следственную связь между высказываниями. Но в логических операциях смысл высказываний не учитывается. Рассматривается только их истинность или ложность. Поэтому не надо смущаться "бессмысленностью" импликаций, образованных высказываниями, совершенно не связанными по содержанию. Например, такими: "если президент США — демократ, то в Африке водятся жирафы", "если арбуз — ягода, то в бензоколонке есть бензин".

РАВНОСИЛЬНО Операция, выражаемая связками "тогда и только тогда", "необходимо и достаточно", "... равносильно ...", называется **эквиваленцией** или двойной импликацией и обозначается знаком $\leftrightarrow$ или $\sim$. Высказывание $A \leftrightarrow B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают. Например, высказывания "24 делится на 6 тогда и только тогда, когда 24 делится на 3", "23 делится на 6 тогда и только тогда, когда 23 делится на 3" истинны, а высказывания "24 делится на 6 тогда и только тогда, когда 24 делится на 5", "21 делится на 6 тогда и только тогда, когда 21 делится на 3" ложны.

Высказывания **A** и **B**, образующие составное высказывание **A ↔ B**, могут быть совершенно не связаны по содержанию, например: *"три больше двух"* (**A**), *"пингвины живут в Антарктиде"* (**B**). Отрицаниями этих высказываний являются высказывания *"три не больше двух"* (**¬A**), *"пингвины не живут в Антарктиде"* (**¬B**). Образованные из высказываний **A** и **B** составные высказывания **A ↔ B** и **¬A ↔ ¬B** истинны, а высказывания **A ↔ ¬B** и **¬A ↔ B** — ложны.

Практическая работа

Задание 1. Выполните задание на сайте, пройдя по ссылкам

- <https://learningapps.org/1823239>
- <https://learningapps.org/2699523>
- <https://learningapps.org/1823392>
- <https://learningapps.org/1836822>
- <https://learningapps.org/265699>